

2

ALGEBRA

Algebra, som lite förenklat kan beskrivas som bokstavs-räkning, är en mycket viktig del av matematiken. Ordet algebra kommer från det arabiska ordet *al-jabr* som finns i titeln på en lärobok av en persisk matematiker, *al-Khwarizmi*, som levde för ca 1 200 år sedan. Boken innehåller bland annat olika metoder att lösa ekvationer.

Centralt innehåll

- Hantering av algebraiska uttryck, inklusive att faktorisera och multiplicera uttryck.
- Metoder för att lösa linjära ekvationer.
- Hantering av formler som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv.
- Problemlösning som omfattar att upptäcka och uttrycka generella samband.
- Problemlösning som omfattar begrepp och metoder i kursen, med särskild utgångspunkt i yrkesliv, privatekonomi och samhällsliv.

Med andra ord

Hela kapitlet vimlar av x och y och andra bokstäver. Du får repetera och lära dig mer om hur du kan ställa upp och hantera uttryck, ekvationer och formler.

Målet är bland annat att du ska kunna lösa ekvationer och använda formler med en sådan säkerhet att du kan använda detta som en metod när du löser matematiska problem.

Kapitlet innehåller också ett antal yrkesnära Teman.

Inledande aktivitet

VÄRDET AV ETT ALGEBRAISKT UTTRYCK

Arbeta tillsammans två och två.

Ni behöver 2 tärningar i olika färg, t.ex. en vit och en röd.



Kasta en vit och en röd tärning. Låt v vara den vita tärningens poängtal och r vara den röda tärningens poängtal.

Om $v = 3$ och $r = 4$ är värde av uttrycket $2v + r$.

$$2 \cdot 3 + 4 = 6 + 4 = 10$$

$2v$ betyder $2 \cdot v$

Uttryck	v	r	Beräkning av uttryckets värde
$2v + r$			
$3v - r$			
$v^2 + r^2$			
$(v + r)^2$			
vr			

Summan av uttryckens värde: _____

- 1 Börja med att var och en skriver av tabellen.
 - Första personen kastar tärningarna, skriver in värdet på v och r och beräknar det första uttryckets värde.
 - Den andra personen gör likadant.
 - Fortsätt med de andra uttrycken.
 - När ni har kastat 5 gånger var beräknar ni summan av uttryckens värde.

Högst poängsumma vinner!

- 2 Skriv av tabellen ovan en gång till och upprepa uppgift 1.
Den här gången ger den vita tärningens poängtal ett positivt tal och den röda tärningens poängtal ett negativt tal.
- 3 a) Vilken är den största möjliga summa man kan få i tävlingen i uppgift 2?
b) Vilken är den minsta möjliga summa man kan få i tävlingen i uppgift 2?

2.1 Algebraiska uttryck och ekvationer

Algebraiska uttryck



Exempel 1 På en trafikskola är kostnaden för teoridelen och andra avgifter sammanlagt 3 500 kr. Varje körlektion kostar 700 kr. Vi beräknar den totala kostnaden för olika antal lektioner:

Antal lektioner	Kostnaden (kr)
10	$3\,500 + 700 \cdot 10 = 10\,500$
15	$3\,500 + 700 \cdot 15 = 14\,000$
25	$3\,500 + 700 \cdot 25 = 21\,000$
x	$3\,500 + 700 \cdot x$

algebraiskt uttryck Vi kan beskriva kostnaden med ett *algebraiskt uttryck*, $3\,500 + 700 \cdot x$, där x är antalet körlektioner.

variabel Bokstaven x är en *variabel* som kan stå för olika tal. I detta fall något av talen 0, 1, 2, 3 osv.

konstant 3 500 är en *konstant*. Värdet av en konstant ändras inte.

uttryckets värde Vi beräknar *uttryckets värde* för $x = 12$ och tolkar resultatet.
 $3\,500 + 700 \cdot 12 = 11\,900$

Tolkning:

Den totala kostnaden om man tar 12 körlektioner är 11 900 kr.

I uttryck som $3\,500 + 700 \cdot x$ utsluts ofta multiplikationstecknet och man skriver $3\,500 + 700x$.

Exempel 2 Beräkna värdet av uttrycket $3x + x^2$ för $x = -5$
 $3 \cdot (-5) - (-5)^2 = 3 \cdot (-5) + (-5) \cdot (-5) = -15 + 25 = 10$
När vi sätter in ett negativt värde på variabeln i ett uttryck använder vi räkneregler för negativa tal.
Vi repeterar:

Addition och subtraktion

$$5 + (-3) = 5 - 3 = 2 \quad \text{Tecknen } + (-) \text{ intill varandra ersätts med } -$$

$$5 - (-3) = 5 + 3 = 8 \quad \text{Tecknen } - (-) \text{ intill varandra ersätts med } +$$

Multiplikation

$$3 \cdot (-4) = (-3) \cdot 4 = -12 \quad \text{Olika tecknen på två faktorer ger negativ produkt.}$$

$$(-3) \cdot (-4) = 3 \cdot 4 = 12 \quad \text{Lika tecknen på två faktorer ger positiv produkt.}$$

Division

$$\frac{-12}{4} = \frac{12}{-4} = -3 \quad \text{Olika tecknen på två täljare och nämnare ger negativ kvot.}$$

$$\frac{-12}{-4} = \frac{12}{4} = 3 \quad \text{Lika tecknen på två täljare och nämnare ger positiv kvot.}$$

2101

Vilket värde har uttrycket $14 + 5x$ om

a) $x = 3$ b) $x = -4$ c) $x = 0,5$?

a) $14 + 5x$ och $x = 3$ ger
 $14 + 5 \cdot 3 = 14 + 15 = 29$

b) $x = -4$ ger $14 + 5 \cdot (-4) = 14 - 20 = -6$

c) $x = 0,5$ ger $14 + 5 \cdot 0,5 = 14 + 2,5 = 16,5$

2102

Vilket värde har uttrycket $5a - 2b$ om

a) $a = 0,3$ och $b = 0,4$ b) $a = 4$ och $b = -3$ c) $a = \frac{1}{2}$ och $b = \frac{1}{4}$

a) $5a - 2b$ samt $a = 0,3$ och $b = 0,4$ ger
 $5 \cdot 0,3 - 2 \cdot 0,4 = 1,5 - 0,8 = 0,7$

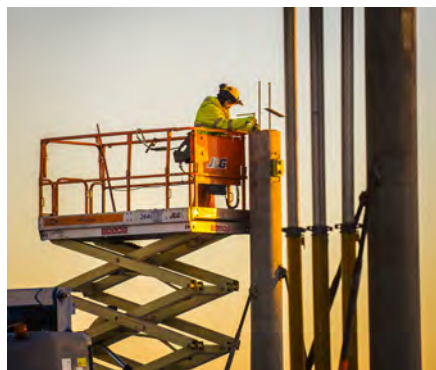
b) $a = 4$ och $b = -3$ ger $5 \cdot 4 - 2 \cdot (-3) = 20 + 6 = 26$

c) $a = \frac{1}{2}$ och $b = \frac{1}{4}$ ger

$$5 \cdot \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{2} - \frac{2}{4} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

1

- 2103** Vilket värde har uttrycket $3x - 2$ om
a) $x = 4$ b) $x = 1,5$ c) $x = 0$?
- 2104** Vilket värde har uttrycket $10 - 5x$ om
a) $x = 2$ b) $x = -2$ c) $x = 0,2$?
- 2105**



Om man hyr en skylift i x dagar är kostnaden i kronor
 $800 + 700x$
Vad kostar det att hyra skyliften i
a) 2 dagar b) en vecka?

- 2106** En taxiresa kostar $(75 + 40x)$ kr för x kilometer.
a) Vad kostar det att åka 3,5 km?
b) Hur mycket dyrare är det att åka 2,5 km jämfört med 1,5 km?
- 2107** Bestäm värdet av uttrycken.
a) $4 - 2a$ om $a = 3,5$
b) $\frac{4a + 21}{5}$ om $a = 6$
c) $160 - 0,14y$ om $y = 100$
d) $6y - 4$ om $y = -3$
e) $140 - y$ om $y = -8$

2

- 2108** Beräkna uttryckets värde om $a = 2$ och $b = 3$.
a) ab^2 c) $(a + b)^2$
b) $(ab)^2$ d) $ab + b^3$

- 2109** Titta på det inledande exemplet på föregående uppslag.
Trafikskolan har en konkurrent där kostnaden i kronor för ett körkort kan beskrivas med uttrycket
 $4\,500 + 550x$
där x är antalet körlektioner.
När är konkurrenten billigare än trafikskolan i det inledande exemplet?
Pröva dig fram.

ÖVNINGSKÖR

- 2110** Beräkna värdet av $4ab - 2a^2$ om $a = 0,5$ och $b = 5$.
- 2111** En oljetank innehåller $(1\,800 - 20x)$ liter olja, x dygn efter att tanken fylldes.
a) Hur mycket olja finns i tanken 35 dygn efter att den fylldes?
b) Hur mycket olja fanns i tanken när den var full?
c) Kan x i detta uttryck ha vilket värde som helst? Motivera ditt svar.
- 2112** Beräkna uttryckets värde om $x = -6$ och $y = -2$.
a) $5x - y + 3$ c) $\frac{x + y}{y}$
b) $\frac{x}{y} + x$ d) $5x - (2y + 3)$

3

- 2113** Beräkna värdet av uttrycket $3x^2 - 5y^2$ om
a) $x = \frac{2}{3}$ och $y = \frac{3}{5}$
b) $x = 0,1$ och $y = -0,2$
- 2114** Vilket uttryck, **A** eller **B**, är störst om $x = -1$?
Motivera ditt svar.
A $x^3 - x^2 + x$ **B** $\frac{-x^3 + x^2 - x}{x - 1}$

Aktivitet

Vilka uttryck är lika?

I den här aktiviteten ska du koppla samman uttryck som är skrivna på olika sätt. Syftet är att du ska utveckla din förmåga att förenkla uttryck. Arbeta i par eller grupp.

Dela ett A4-papper så att ni får 16 papperslappar. På lapparna skriver ni nedanstående matematiska uttryck (ett uttryck per lapp). Gruppera lapparna så att de uttryck som är lika hamnar i samma grupp.

$x + x$	x^2	$2x - 2$	-2
$x \cdot x$	$2x - x$	$-x + 3 - 2$	$-7 + 2x + 5$
$4 - 6$	$3x - x - x$	2	$x + 2 - x$
$+x$	$x - 2 - x$	$2x$	$x - 2 + x$

Skriva och förenkla uttryck

När vi arbetar med variabler, som t.ex. bokstaven x i uttrycket $3500 + 700x$, använder vi samma regler som för tal.



Exempel Erica arbetar 3 timmar.

Om timlönen är 175 kr tjänar hon i kronor:
 $175 + 175 + 175 = 3 \cdot 175 = 525$

Om timlönen är a kr tjänar hon i kronor:
 $a + a + a = 3 \cdot a = 3a$

Om timlönen 175 kr ökar med 4% så är den nya timlönen i kronor:
 $175 + 0,04 \cdot 175 = 175 + 7 = 182$

Om timlönen a kr ökar med 4% så är den nya timlönen:
 $a + 0,04 \cdot a = 1a + 0,04a = 1,04a$

förenkla

När vi skriver ett uttryck på ett enklare sätt, t.ex. $3a$ i stället för $a + a + a$ och $1,04a$ istället för $a + 0,04a$, kallas det att *förenkla*.

2115

Förenkla uttrycken.

a) $3x - x$ b) $4y + 1 - y + 6$ c) $4a + 3b + a - 5b$

a) $3x - x = 3x - 1x = 2x$

b) $4y + 1 - y + 6 = 3y + 7$

c) $4a + 3b + a - 5b = 5a - 2b$

Vi lägger ihop variabeltermerna för sig och konstanttermerna för sig.

2116

Höjden på ett hus är x m.

Skriv ett uttryck för höjden i meter på ett hus som är

a) 5 m högre b) hälften så högt c) 80% så högt.

a) $x + 5$

b) $0,5x$ eller $\frac{1}{2}x$ eller $\frac{x}{2}$

c) $0,80x$ eller $0,8x$

1

2117 Förenkla uttrycken.

a) $x + x + x$ c) $5 + 4y - 1$
 b) $4x - x$ d) $4y - 2 + 3y$

2118 Förenkla uttrycken.

a) $4x + 3x + 6 - 2$ c) $3x - 1 - x + 4$
 b) $5a + 10 - 3a - 9$ d) $6a + 3 - a - 8$

2119 Wilmer ska förenkla $4x - x$.

Han svarar felaktigt 4.

a) Hur kan han ha tänkt?

b) Ange rätt svar och förklara hur man kan tänka.

2120 En summa pengar, a kr, halveras.

Vilka av följande uttryck beskriver detta?

$\frac{a}{2}$ $\frac{1}{2a}$ $\frac{1}{2}a$ $\frac{2}{a}$ $0,5a$

2121 En sträcka, s m, ska göras dubbelt så lång.

Vilka av följande uttryck beskriver detta?

$s + 2$ $2s$ s^2 $s + s$ $2s + 2$

2122 En lastbil är lastad med x ton grus.

Skriv ett uttryck för lasten i ton om den

a) ökar med 2 ton

b) minskar med 2 ton

c) fördubblas

d) ökar med 50%.

2

2123 Förenkla uttrycken.

a) $0,5x - x + 2x$

b) $y - 0,4y$

c) $\frac{3z}{10} + \frac{2z}{10}$

2124 Anta att du ska läsa en bok som innehåller 360 sidor och att du läser 30 sidor per timme.

a) Hur många sidor har du läst på 8 timmar?

b) Hur många sidor har du kvar att läsa när du har läst i 8 timmar?

c) Skriv ett uttryck för antal sidor som du har kvar att läsa när du har läst i t timmar.

2125 Vi har uttrycket $5x + 4 - 3x - 6 - x + 3$

a) Sätt in $x = 18$ i uttrycket och beräkna värdet.

b) Förenkla uttrycket.

c) Förklara hur du utan räknare kan beräkna uttryckets värde för $x = 19$.

3

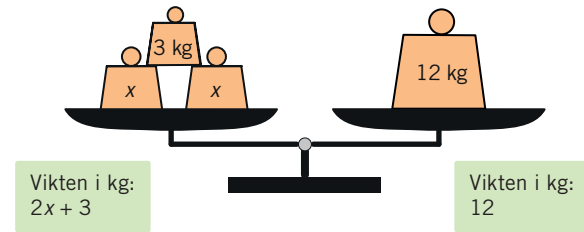
2126 I uttrycket $x + y + z$ är y 20% större än x och z 40% mindre än x . Vilket av uttrycken **A–F** är en förenkling av $x + y + z$? Motivera ditt svar.

A $x - 20$ **C** $3x - 0,2$ **E** $3x$

B $2x - 0,2$ **D** $2,8x$ **F** $3,2x$

Linjära ekvationer

Exempel Vikterna markerade med x väger lika mycket.
Hur mycket väger de?



ekvation När vi ställer upp en *ekvation* sätter vi två uttryck lika med varandra. En ekvation innehåller därför alltid ett likhetstecken. Ekvationen $2x + 3 = 12$ beskriver att vikterna på ena sidan väger lika mycket som vikten på den andra sidan.

vänster led Den del av ekvationen som står till vänster om likhetstecknet kallas *vänster led* (VL) och den del som står till höger kallas *höger led* (HL).

$$2x + 3 = 12$$

Vänster led = Höger led

Vi löser ekvationen.

$$2x + 3 = 12$$

Vi subtraherar 3 från båda leden.

$$2x + 3 - 3 = 12 - 3$$

$$2x = 9$$

Vi dividerar båda leden med 2.

$$\frac{2x}{2} = \frac{9}{2}$$

$$x = 4,5$$

$x = 4,5$ vilket betyder att vikterna markerade med x väger 4,5 kg.

lösning Ekvationens *lösning* är $x = 4,5$.
rot Lösningen kan också kallas en *rot*.

$2x + 3 = 12$ är ett exempel på en linjär ekvation.

Metod för att lösa linjära ekvationer:

Vi skriver om ekvationen till en enklare ekvation genom att addera, subtrahera, multiplicera eller dividera båda leden med samma tal.

Målet är att få variabeln, oftast x , ensam i det ena ledet.

Ekvationslösning

2127

Lös ekvationerna.

a) $x - 46 = 187$

c) $3x = 102$

b) $x + 55 = 37$

d) $\frac{x}{9} = 17$

a) $x - 46 = 187$

Addera båda led med 46

$$x - 46 + 46 = 187 + 46$$

$$x = 233$$

b) $x + 55 = 37$

Subtrahera båda led med 55

$$x + 55 - 55 = 37 - 55$$

$$x = -18$$

c) $3x = 102$

Dividera båda led med 3

$$\frac{3x}{3} = \frac{102}{3}$$

$$x = 34$$

d) $\frac{x}{9} = 17$

Multiplicera båda led med 9

$$\frac{x \cdot 9}{9} = 17 \cdot 9$$

$$x = 153$$

2128

Lös ekvationerna.

a) $10x - 3 = 5$

b) $1 = \frac{p}{2} + 29$

a) $10x - 3 = 5$

$$10x - 3 + 3 = 5 + 3$$

$$10x = 8$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{8}{10}$$

$$x = \frac{8}{10} = 0,8$$

Svar: $x = 0,8$

b) $1 = \frac{p}{2} + 29$

$$1 - 29 = \frac{p}{2} + 29 - 29$$

$$-28 = \frac{p}{2}$$

$$-28 \cdot 2 = \frac{p \cdot 2}{2}$$

$$-56 = p$$

Svar: $p = -56$

2129 Bestäm x om uttrycket $48 - 2x$ har värdet 12.

Vi bestämmer x genom att lösa ekvationen $48 - 2x = 12$.
Vi visar två olika lösningar.

Lösning 1

$$\begin{aligned} 48 - 2x &= 12 \\ 48 - 2x + 2x &= 12 + 2x \\ 48 &= 12 + 2x \\ 48 - 12 &= 12 + 2x - 12 \\ 36 &= 2x \\ \frac{36}{2} &= \frac{2x}{2} \\ 18 &= x \end{aligned}$$

Svar: $x = 18$

Lösning 2

$$\begin{aligned} 48 - 2x &= 12 \\ 48 - 2x - 48 &= 12 - 48 \\ -2x &= -36 \\ \frac{-2x}{-2} &= \frac{-36}{-2} \\ x &= 18 \end{aligned}$$

1

2130 Lös ekvationerna.

a) $x + 12 = 54$ c) $31 = x - 17$
b) $x - 16 = 18$ d) $98 = x + 15$

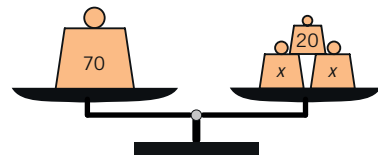
2131 Lös ekvationerna.

a) $3x = 81$
b) $\frac{x}{3} = 86$
c) $178,5 = 7p$

2132 Lös ekvationerna.

a) $3x + 5 = 26$ c) $17 = 5 + 4x$
b) $5y - 9 = 21$ d) $24 + 2y = 10$

2133 Skriv en ekvation till bilden och lös ekvationen.



2134 För att lösa ekvationen $5x + 5 = 30$ kan du först göra steg **B** nedan och sedan steg **D**.

- A** Addera 5 till båda leden.
B Subtrahera 5 från båda leden.
C Multiplicera båda leden med 5.
D Dividera båda leden med 5.

Vilka steg, **A–D**, ska du göra och i vilken ordning för att lösa ekvationen

a) $5x - 5 = 3$ b) $\frac{x}{5} - 5 = 20$?

2135 a) Hitta felet i lösningen av ekvationen.

$$\begin{aligned} 18 - 3x &= 24 \\ 18 - 3x - 18 &= 24 - 18 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

b) Lös ekvationen $18 - 3x = 24$.

2136 Lös ekvationerna.

a) $13,6 = 2x - 1,4$ b) $\frac{3x}{5} = 600$

2137 Lös ekvationerna.

a) $\frac{x}{3} - 10 = 2$ c) $\frac{3z}{5} + 8 = 2$
b) $\frac{2m}{5} = -10$ d) $30 - 2p = 15$

2138 Bestäm a om uttrycket

a) $3a - 17$ har värdet -5
b) $3 - 2a$ har värdet 3 .

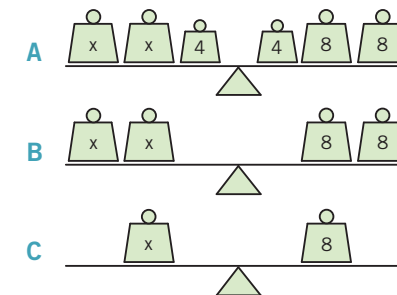
2139 Lös ekvationerna och avrunda svaret till hundraedelar.

a) $18,1 - 7,5x = 13,8$
b) $0,77 = \frac{5,9y}{6,8} + 0,12$

2

2140 Figuren visar tre bilder **A**, **B** och **C** av en balansvåg.

- a) Skriv en ekvation till bild **A** och lös ekvationen.
b) Markera i lösningen den del som motsvarar bild **B** och den del som motsvarar bild **C**.



2141 Skriv en ekvation som har lösningen

a) $x = 8$ b) $x = 0,5$ c) $x = -4$

2142 Lös ekvationerna.

a) $0,5x + 10 = 200$ b) $0,6 = \frac{10x}{3}$

2143 3,5% av ett belopp är 2800 kr.

Vilket är beloppet?

2144 Viktor tänker på ett tal.

Han multiplicerar talet med 3 och lägger till 4.
Därefter dividerar han resultatet med 5.
Han får då talet 11.

Vilket tal tänkte Viktor på?



3

2145 Vilket tal är a om ekvationen har lösningen $x = 10$?

a) $\frac{x-a}{5} = 3$ b) $\frac{x}{5a} = -2$

2146 Välj värden på a , b och c så att ekvationen $\frac{x}{a} - b = c$ har lösningen

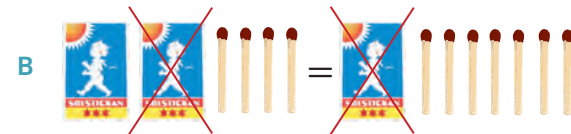
a) $x = 10$ b) $x = -5$

Ekvationer med flera variabeltermer

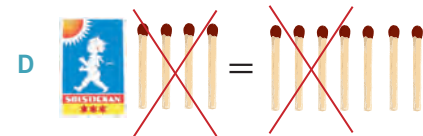
Exempel Det är lika många tändstickor på båda sidor av likhetstecknet. Askarna innehåller lika många stickor. Hur många?



Vi kan lösa uppgiften genom att ta bort lika många stickor från båda sidor av likhetstecknet.



Vi tar bort en ask från varje sida.



Vi tar bort fyra stickor från varje sida.



En ask innehåller 3 stickor.

Vi ställer upp en ekvation och löser samma problem utan bilder. Vi kallar antalet stickor i en ask för x .

A $x + x + 4 = x + 7$
 $2x + 4 = x + 7$

B $2x - x + 4 = x - x + 7$

Subtrahera x från båda leden.
(Ta bort en ask från varje sida.)

C $x + 4 = 7$

D $x + 4 - 4 = 7 - 4$

Subtrahera 4 från båda leden.
(Ta bort fyra stickor från varje sida.)

E $x = 3$

En ask innehåller 3 stickor.

2147

Lös ekvationerna.

a) $9x = 5x + 12$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 9x = 5x + 12 \\ & 9x - 5x = 5x + 12 - 5x \\ & 4x = 12 \\ & \frac{4x}{4} = \frac{12}{4} \\ & x = 3 \end{aligned}$$

Subtrahera $5x$ från båda leden för en enklare ekvation.

b) $60 - 4x = 2x - 6$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 60 - 4x = 2x - 6 \\ & 60 - 4x + 4x = 2x - 6 + 4x \\ & 60 = 6x - 6 \\ & 60 + 6 = 6x - 6 + 6 \\ & 66 = 6x \\ & \frac{66}{6} = \frac{6x}{6} \\ & 11 = x \\ & x = 11 \end{aligned}$$

Addera $4x$ till båda leden för en enklare ekvation.

2148

Amir köper ett äpple, en bulle och en kaffe för 73 kr.

Bullen kostar 5 kr mer än äpplet och kaffet kostar dubbelt så mycket som äpplet.

Hur mycket kostar ett äpple, en bulle respektive en kaffe?

Priset i kr på ett äpple: x
Priset i kr på en bulle: $x + 5$
Priset i kr på en kaffe: $2x$

Vi utgår från priset på ett äpple eftersom de andra priserna jämförs med det.



x



$x + 5$



$x + x$ eller $2x$

Vi skriver en ekvation

$$\begin{aligned} x + x + 5 + 2x &= 73 \\ 4x + 5 &= 73 \\ 4x + 5 - 5 &= 73 - 5 \\ 4x &= 68 \\ \frac{4x}{4} &= \frac{68}{4} \\ x &= 17 \end{aligned}$$

Vi förenklar uttrycket i vänster led.

Ett äpple kostar alltså 17 kr. Vi sätter in $x = 17$ i uttrycken för bulle och kaffe:

Bulle: $(x + 5)$ kr ger priset $(17 + 5)$ kr = 22 kr

Kaffe: $2x$ kr ger priset $2 \cdot 17$ kr = 34 kr

Svar: Ett äpple kostar 17 kr, en bulle 22 kr och en kaffe 34 kr.

1

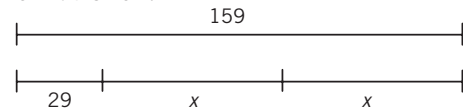
2149 Förenkla och lös ekvationerna.

- a) $2x + 3x = 40$
- b) $9y - 5y = 28$
- c) $5x - 2x + 1 = 61$

2150 Lös ekvationerna.

- a) $x + x - 4 = 22$
- b) $3x - x = 18$
- c) $6 = 0,5x + 0,5x$

2151 Skriv en ekvation till bilden och lös ekvationen.



2152 Lös ekvationerna.

- a) $2x = x + 3$
- b) $3x = x + 16$
- c) $5x = 3x + 10$
- d) $7y = 15 + 2y$

2153 Tre däck kostar lika mycket som ett däck och en aluminumfälg.



- a) Beskriv bilden med en ekvation om ett däck kostar x kr och fälgen kostar 3798 kr.
- b) Bestäm priset på ett däck genom att lösa ekvationen.

2154 Lös ekvationerna.

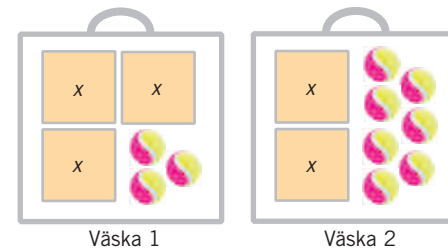
- a) $5 + 3x = x + 15$
- b) $x + 16 = 4 + 5x$
- c) $16 - 3x = 4x - 5$
- d) $24 - 5x = x$

2155 Summan av två tal är 96. Det ena talet är dubbelt så stort som det andra.

- a) Skriv ett uttryck för det stora talet om det mindre är x ?
- b) Ställ upp en ekvation för "summan av talen är 96".
- c) Lös ekvationen och ange talen.

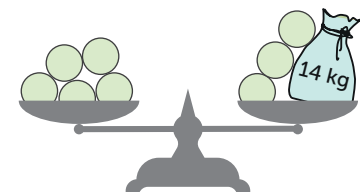
2156 Figuren visar två väskor. Varje väska innehåller dels lösa bollar, dels förpackningar med bollar.

Det finns lika många bollar x i varje förpackning och de två väskorna innehåller lika många bollar.



- a) Ställ upp en ekvation som beskriver bilden och lös ekvationen.
- b) Hur många bollar finns det tillsammans i de två väskorna?

2157 En balansvåg står i jämvikt. I den ena vågskålen ligger fem lika tunga kulor. I den andra skålen ligger tre likadana kulor och en säck som väger 14 kg.



- a) Beskriv bilden med en ekvation.
- b) Hur mycket väger alla kulorna tillsammans?

2158 Lös ekvationerna.

- a) $y + 0,25y - 1,5 = 0,75$
- b) $74 = 1,6y + y - 17$

2

2159 Ett 1800 mm långt metallrör ska kapas i två delar.

Beräkna delarnas längder om den längre delen är

- a) 4 gånger så lång som den kortare
- b) 1,5 gånger så lång som den kortare.

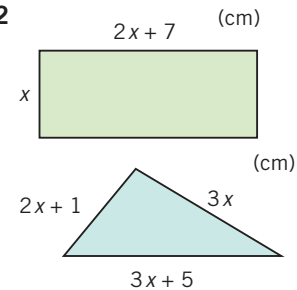
2160 Två brädor är tillsammans 7,80 m. Den ena brädan är 1,40 m längre än den andra.

- a) Skriv ett uttryck för den längre brädan om den kortare är x m.
- b) Vilka längder har brädorna?

2161 Lös ekvationerna.

- a) $2,5x - 4 = 2x + 6$
- b) $1,8 - y = y$
- c) $z = 5 + 3z$

2162



Bestäm figurernas sidor om rektangeln och triangeln har samma omkrets.

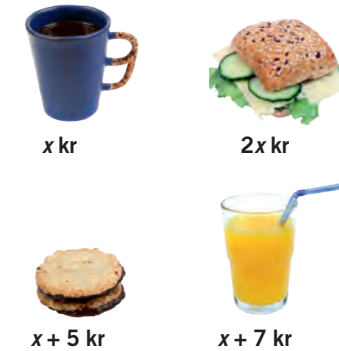
2163 Lös ekvationerna.

- a) $8,5x + 3,7 = 2,5x + 28,9$
- b) $0,3x - 34,4 + x = 398 - x$

2164 Lös ekvationerna.

- a) $x + 4 - 2x = -8$
- b) $22 - 3x = 17 - 9x$

2165



Bestäm priserna om

- a) en kaffe och en ostfralla kostar lika mycket som ett glas juice och en havrekaka
- b) två kaffe och två havrekakor kostar 54 kr mer än två glas juice
- c) en kaffe och en havrekaka är 8 kr billigare än ett glas juice och en ostfralla.

3

2166 Ekvationen $2x + a = x + 10$ har lösningen $x = -12$.

Vilket värde har a ?

2167 $\frac{4}{5}$ av ett tal är lika mycket som dubbla talet subtraherat med 1. Vilket är talet?

2168 Bestäm värdet på x , y och z om

- $4x - 3y = 2 - 8z$
- y är dubbelt så stort som x
- z är en sjättedel av y .

Uttryck med parenteser

Exempel Om priset i kronor på en kopp kaffe är $x + 4$, så kan priset på två koppar kaffe skrivas $2 \cdot (x + 4)$ kr.

Uttrycket $2 \cdot (x + 4)$ innehåller en parentes. Här ska vi visa hur man förenklar uttryck med parenteser.



Plustecken framför parentes

Vi tar bort parentesen utan att ändra något i parentesen.

$$10 + (3x + 2) = 10 + 3x + 2 = 3x + 12$$

$$10 + (3x - 2) = 10 + 3x - 2 = 3x + 8$$

Plustecken framför parentes

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

Minustecken framför parentes

Vi tar bort parentesen och ändrar tecken på alla termer i parentesen.

$$10 - (3x + 2) = 10 - 3x - 2 = -3x + 8$$

$$10 - (3x - 2) = 10 - 3x + 2 = -3x + 12$$

Minustecken framför parentes

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Tal framför parentes

multiplitera in Vi kan förenkla uttryck som $2 \cdot (5x + 7)$ genom att *multiplitera in* talet 2 i parentesen.

$$2 \cdot (5x + 7) = 2 \cdot 5x + 2 \cdot 7 = 10x + 14$$

$$3(2 - x) = 3 \cdot 2 - 3 \cdot x = 6 - 3x$$

Multiplitera in en faktor

$$a(b + c) = ab + ac$$

2169

Förenkla

a) $9 + (2x - 8)$

b) $7x - (x - 3)$

a) $9 + (2x - 8) = 9 + 2x - 8 = 2x + 1$

b) $7x - (x - 3) = 7x - x + 3 = 6x + 3$

c) $5(3x + 2) + 4 = 5 \cdot 3x + 5 \cdot 2 + 4 = 15x + 10 + 4 = 15x + 14$

d) $13 - 2(4x + 3) = 13 - 2 \cdot 4x - 2 \cdot 3 = 13 - 8x - 6 = 7 - 8x$

Ta bort parentes utan att ändra något.

Ta bort parentes och ändra tecken på alla termer i parentesen.

Multiplitera in 2:an och ändra tecken i parentesen.

1

2170 Ta bort parenteserna och förenkla.

a) $(6x - 3) + (x + 4)$

b) $7x + (8 - 3x)$

c) $(5 + 3a) - (2 - 3a)$

d) $3a - (2a + 7)$

2171 Vilket tal ska stå i rutan?

a) $3(x + 2) = 3x + \square \cdot 2$

b) $\square(x + 3) = 5x + 15$

2172 Multiplitera in i parentesen.

a) $4 \cdot (x + 2)$ b) $3(2x - 5)$

2173 Förenkla uttrycken.

a) $4 + 6(2x - 1) + 8x$

b) $2(4 + 3x) + 5(x - 1)$

2174 Vilket värde har uttrycket $12 - 3(x - 3)$ om

a) $x = 5$ b) $x = 0$ c) $x = -2$?

2175 Edit förenklar ett uttryck så här:

$$12 - 4(x - 3) = 8(x - 3) = 8x - 24$$

a) Vilket fel gör hon?

b) Visa en korrekt förenkling.

2

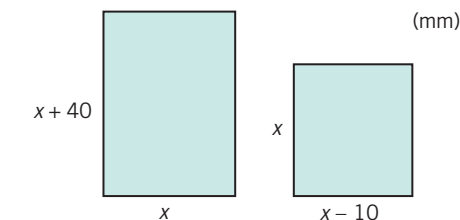
2176 Förenkla uttrycken.

a) $3(2p - 1) - (4 - q) + p$

b) $4(2 + p) - 4p - (2 + 3q)$

c) $5(p + 1) - 2(p - 2)$

2177 Figuren visar två rektangelformade detaljer på en ritning.



a) Ett uttryck för rektangelnars sammanlagda omkrets är $2(x + 40) + 2x + 2(x - 10) + 2x$. Förenkla detta uttryck.

b) Bestäm skillnaden mellan den stora och den lilla rektangelns omkrets.

2178 Förenkla $3x - y$ om $x = 2a - b$ och $y = 2a + b$.

Ekvationer med parenteser

När du löser ekvationer med parenteser är det ofta bra att börja med att skriva uttrycken på båda sidor om likhetstecknet utan parenteser.

2179 Lös ekvationen $3(2x - 4) = x + 18$ och kontrollera svaret.

$$3(2x - 4) = x + 18 \quad \text{Multiplicera in 3:an}$$

$$3 \cdot 2x - 3 \cdot 4 = x + 18$$

$$6x - 12 = x + 18 \quad \text{Lös ekvationen}$$

$$6x - x - 12 = x - x + 18$$

$$5x - 12 = 18$$

$$5x - 12 + 12 = 18 + 12$$

$$5x = 30$$

$$x = 6$$

Kontroll: Kontrollera att du gjort rätt.

$$3(2x - 4) = x + 18$$

Vi sätter in $x = 6$ i ekvationens vänstra (VL) och högra led (HL).

$$VL = 3(2 \cdot 6 - 4) = 3(12 - 4) = 3 \cdot 8 = 24$$

$$HL = 6 + 18 = 24$$

VL = HL, lösningen är korrekt.

Både VL och HL är lika med 24, lösningen är alltså korrekt.

1

2180 Lös ekvationerna.

a) $4 + (x + 1) = 9$

b) $11 - (3 - 2x) = 10$

c) $8x - (3x + 10) = 15$

2181 Lös ekvationerna.

a) $5(6 + 2x) = 20x$

b) $4(x - 3) = 2x + 8$

c) $3(2x + 5) = 4(5 - x)$

2182 Lös ekvationen $5(2x - 1) = 15$ genom att först:

a) multiplicera in 5:an

b) dividera båda leden med 5.

2183 Kontrollera om $x = 5,2$ är en lösning till ekvationerna.

a) $14 - x = 2(x - 1)$

b) $2,5(x + 2) = 5x - 8$

2184



x kr

$(2x - 4)$ kr

Vad kostar ett litet hänglås och vad kostar ett stort hänglås om

a) ett litet och ett stort lås kostar 113 kr

b) ett litet och tre stora lås kostar 310 kr.

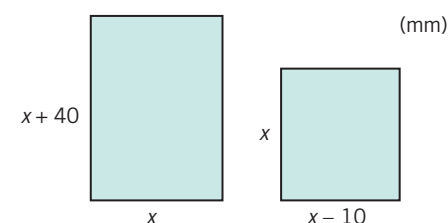
2

2185 Lisa och Sandra har löst ekvationen $x - 2(1 + x) = 1$

Lisas lösning:	Sandras lösning:
$x - 2(1 + x) = 1$	$x - 2(1 + x) = 1$
$x - 2 + x = 1$	$x - 2 - 2x = 1$
$2x - 2 = 1$	$-2 - x = 1$
$2x = 3$	$-2 = 1 + x$
$x = 1,5$	$x = -3$

- a) En av dem har löst ekvationen korrekt. Vem?
 b) Vilket fel finns i den andra lösningen?
 c) Förklara hur den som har gjort fel kan upptäcka att svaret är fel.

2186 Figuren visar två rektangelformade detaljer på en ritning.



Bestäm rektanglarnas mått om deras sammanlagda omkrets är 420 mm.

2187 Lös ekvationerna.

a) $9(z - 1) - 2(3z + 4) = 7$

b) $4(10 - 3x) - 3(16 - 5x) = 1$

c) $2(x + 1) - 5(x - 3) = 5$

d) $3(20 + y) - 2(5 + 2y) = 40$

2188 Skriv en ekvation med parenteser, x -termer och konstanttermer i båda leden och som

a) har lösningen $x = 0,5$

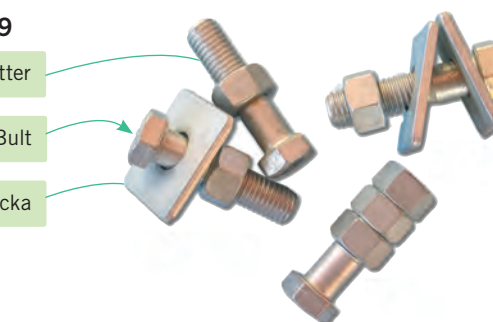
b) har lösningen $x = 0$.

2189

Mutter

Bult

Bricka



En mutter väger x gram.
 En bricka väger $(2x - 2)$ gram.
 En bult väger $(3x + 2)$ gram.

Beräkna vikten på en mutter, en bricka och en bult om

- a) skillnaden i vikt mellan en bult och en bricka är 19 gram
 b) 15 muttrar väger lika mycket som 8 brickor.

2190 Lös ekvationerna.

a) $x - (-9 - 5x) = -3(x + 18)$

b) $0,1(60 - 5z) = z$

c) $1 - 0,5(6 - 4x) = 2(x - 3)$

3

2191 Finns det något värde på x som stämmer med följande?

Värdet av uttrycket $3 - 2x$ är 5 mer än dubbla värdet av uttrycket.

2192 Undersök om det finns något värde på konstanten a så att ekvationen $3(ax + 2) = 2a - x$ har lösningen

a) $x = 0$ b) $x = 2$ c) $x = -2$

2193 Förklara varför ekvationen

$$2(x + 3) = 3(x - 5) - (x - a)$$

har oändligt många lösningar om $a = 21$ men saknar lösning om $a = 22$.

2.2 Mer om algebraiska uttryck och ekvationer

Bråk i uttryck och ekvationer

uttryck I ett *uttryck*, t.ex. $x + \frac{x}{3}$, ingår aldrig ett likhetstecken.

När vi förenklar ett uttryck skriver vi likhetstecken mellan det ursprungliga och det förenklade uttrycket.

$$x + \frac{x}{3} = \frac{3x}{3} + \frac{x}{3} = \frac{3x+x}{3} = \frac{4x}{3}$$

Vi förlänger till gemensam nämnare.

ekvation I en *ekvation*, t.ex. $x + \frac{x}{3} = 8$, ingår alltid ett likhetstecken.

Ekvationer med nämnare kan lösas på olika sätt

Metod 1

Multiplitera alla termer med nämnaren 3.

$$\begin{aligned} x + \frac{x}{3} &= 8 \\ 3 \cdot x + \frac{3 \cdot x}{3} &= 3 \cdot 8 \\ 3x + x &= 24 \\ 4x &= 24 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Ekvationen $x + \frac{x}{3} = 8$ har lösningen $x = 6$.

Metod 2

Förläng så att några eller alla termer får samma nämnare.

$$\begin{aligned} x + \frac{x}{3} &= 8 \\ \frac{3 \cdot x}{3} + \frac{x}{3} &= 8 \\ \frac{4x}{3} &= 8 \\ 4x &= 24 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

2201

a) Lös ekvationen $\frac{850}{x} + 6 = 74$ b) Kontrollera om lösningen i a) är korrekt.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{850}{x} + 6 &= 74 \\ \frac{850}{x} + 6 - 6 &= 74 - 6 \\ \frac{850}{x} &= 68 \\ \frac{850 \cdot x}{x} &= 68 \cdot x \\ 850 &= 68x \\ \frac{850}{68} &= \frac{68x}{68} \\ x &= 12,5 \end{aligned}$$

Svar: $x = 12,5$

b) Vi kontrollerar om vänster led (VL) och höger led (HL) är lika när $x = 12,5$.

$$\begin{aligned} \text{VL} &= 850/12,5 + 6 = 74 \\ \text{HL} &= 74 \\ \text{VL} &= \text{HL} \end{aligned}$$

Svar: Lösningen är korrekt.

2202

a) Förenkla uttrycket $\frac{x}{5} + \frac{3x}{5}$

$$\text{a) } \frac{x}{5} + \frac{3x}{5} = \frac{x+3x}{5} = \frac{4x}{5}$$

b) Lös ekvationen $\frac{x}{5} + \frac{3x}{5} = 20$.

$$\text{b) } \frac{x}{5} + \frac{3x}{5} = 20$$

$$\frac{4x}{5} = 20$$

$$\frac{5 \cdot 4x}{5} = 5 \cdot 20$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

Multiplitera båda leden med 5.

2203

Lös ekvationerna.

$$\text{a) } \frac{10x-25}{3} = 7$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$$

$$\text{a) } \frac{10x-25}{3} = 7$$

Multiplitera båda leden med 3 och förkorta bort nämnaren.

$$\frac{3 \cdot (10x-25)}{3} = 3 \cdot 7$$

$$10x-25 = 21$$

$$10x-25 + 25 = 21 + 25$$

$$10x = 46$$

$$x = \frac{46}{10}$$

$$x = 4,6$$

Multiplitera båda leden med $5 \cdot x$ och förkorta bort nämnarna.

b) *Metod 1*

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$$

Multiplitera alla termer med $3 \cdot 5$ och förkorta bort nämnarna.

$$\frac{3 \cdot 5 \cdot x}{3} + \frac{3 \cdot 5 \cdot x}{5} = 3 \cdot 5 \cdot 4$$

$$5x + 3x = 60$$

$$8x = 60$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{60}{8}$$

$$x = 7,5$$

Metod 2

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 4$$

Förläng så att nämnarna blir lika.

$$\frac{5 \cdot x}{5 \cdot 3} + \frac{3 \cdot x}{3 \cdot 5} = 4$$

$$\frac{5x}{15} + \frac{3x}{15} = 4$$

$$\frac{8x}{15} = 4$$

$$\frac{15 \cdot 8x}{15} = 15 \cdot 4$$

$$8x = 60$$

$$x = 7,5$$

2204

Förenkla uttrycken.

a) $\frac{a}{3} + \frac{a}{6}$ b) $2a - \frac{a}{3}$

a) Vi förlänger till gemensam nämnare.

$$\frac{a}{3} + \frac{a}{6} = \frac{2 \cdot a}{2 \cdot 3} + \frac{a}{6} = \frac{2a}{6} + \frac{a}{6} = \frac{3a}{6} = \frac{3a/3}{6/3} = \frac{a}{2}$$

b) Vi förlänger till gemensam nämnare.

$$2a - \frac{a}{3} = \frac{6a}{3} - \frac{a}{3} = \frac{5a}{3}$$
 2a kan skrivas $\frac{6}{3}a = \frac{6a}{3}$

1

2205 Lös ekvationerna.

a) $\frac{x}{7} = 19$ b) $47 = \frac{2x}{3}$

2206 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{2}{7} + \frac{1}{7}$ c) $\frac{a}{6} + \frac{2a}{6}$

b) $\frac{2a}{7} + \frac{a}{7}$ d) $\frac{8a}{3} - \frac{5a}{3}$

2207 Lös ekvationerna.

a) $\frac{x}{4} - 15 = 47$ b) $\frac{12x}{5} + 5 = 50$

2208 Lös ekvationerna.

a) $\frac{y+125}{6} = 18$ b) $\frac{2y-40}{5} = 18$

2209 Lös ekvationerna.

a) $\frac{3}{x} = 6$ b) $14 = \frac{104}{y} + 12$

2210 a) Förenkla uttrycket $\frac{3x}{5} - \frac{x}{5}$

b) Lös ekvationen $\frac{3x}{5} - \frac{x}{5} = 20$

2211 Miriam ska beräkna tiden t det tar att köra 250 km med hastigheten 90 km/h med hjälp av ekvationen

$$\frac{250}{t} = 90$$

Vilket värde på tiden t får hon om han löser ekvationen korrekt?

2212 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{a}{4} + \frac{a}{8}$

b) $\frac{2x}{3} + \frac{x}{6}$ d) $\frac{5a}{4} - \frac{a}{2}$

2213 Lös ekvationerna.

a) $3x = \frac{x}{2} + 15$ b) $\frac{x}{4} + 9 = x$

2214 Elvis ska lösa ekvationen $\frac{x}{4} = 18$.

Han vet att man ska multiplicera båda leden med 4, men han funderar på om det spelar någon roll var han skriver 4:an i vänster led.

Vilket eller vilka alternativ är korrekta?

A $\frac{x}{4} \cdot 4 = 18 \cdot 4$ C $\frac{x}{4 \cdot 4} = 18 \cdot 4$

B $\frac{x \cdot 4}{4} = 18 \cdot 4$ D $4 \cdot \frac{x}{4} = 18 \cdot 4$

2

2215 Joe är osäker på skillnaden mellan att lösa en ekvation och att förenkla ett uttryck.

▶ Han löser ekvationen $3x + 4 + x = 100$

$$3x + 4 + x = 100$$

$$4x + 4 = 100$$

$$\frac{4x}{4} + \frac{4}{4} = \frac{100}{4}$$

$$x + 1 = 25$$

$$x = 24$$

$$\text{Svar: } x = 24$$

▶ Joe förenklar sedan uttrycket $3x + 4 + x$

$$3x + 4 + x = 4x + 4 = \frac{4x}{4} + \frac{4}{4} = x + 1$$

$$\text{Svar: } x = 1$$

Är Joes lösningar korrekta?

Motivera ditt svar.

2216 Lös ekvationerna.

a) $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 10$ b) $\frac{x+32}{10} = \frac{x}{2}$

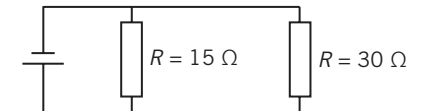
2217 Vad ska det stå i rutan?

a) $\frac{2x}{3} - \square$ kan skrivas $\frac{3x}{9}$

b) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} + \square$ kan skrivas $\frac{5+4x}{8}$

2218 En dator såldes med en rabatt som motsvarade $\frac{1}{6}$ av ursprungspriset.Vilket/vilka av följande uttryck motsvarar det rabatterade priset om ursprungspriset var p kr?

$$\begin{array}{ccc} \frac{p}{6} & p-6 & \frac{5p}{6} \\ p - \frac{p}{6} & 6p-p & p - \frac{1}{6} \end{array}$$

2219 I en elektrisk krets finns två parallellkopplade resistorer med resistansen 15Ω (ohm) och 30Ω .Den totala resistansen i kretsen, R , kan beräknas med ekvationen

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{15} + \frac{1}{30}$$

Vilket värde har resistansen R ?

2220 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{4} - \frac{2x}{6}$

b) $\frac{4+5x}{7} - \frac{2+x}{7}$

3

2221 Lös ekvationen $\frac{3x}{x-2} = 2$.

2222 Beräkna värdet av uttrycket

$$\frac{x}{2y} + \frac{2x}{y} \text{ om } \frac{x}{y} = -1.$$

Problemlösning med ekvationer

När du löser matematiska problem kan ekvationer vara ett användbart verktyg. Du kan använda följande steg:

1 Förstå

- Vad är det som söks och ska beräknas?

2 Planera

- Skriv upp vad du vet.
- Bestäm vad du vill kalla x .
- Ibland är det bra att rita en figur.
- Teckna en ekvation som beskriver situationen.
- Motivera beteckningar, uttryck och ekvationer.

3 Genomför

- Lös ekvationen.

4 Värdera

- Tolka ekvationens lösning.
- Är svaret rimligt? Gör eventuellt en kontroll.
- Ska svaret vara ett exakt eller ett avrundat värde?

5 Svara

- Svara gärna med en kort mening. Glöm inte enhet.

2223

En lastbil med 8 pallar marksten väger 28,8 ton.

Vad väger 1 pall marksten om lastbilen väger 18,4 ton?

Lös med ekvation och kontrollera din lösning.

Anta att en pall väger x ton.

8 pallar + bilen väger 28,8 ton.
Det ger ekvationen

$$8x + 18,4 = 28,8 \quad \text{Subtrahera } 18,4 \text{ från båda leden.}$$

$$8x = 10,4 \quad \text{Dividera båda leden med } 8.$$

$$x = 1,3$$

Kontroll:

Vi sätter in $x = 1,3$ i vänsterled (VL):

$$VL = 8 \cdot 1,3 + 18,4 = 10,4 + 18,4 = 28,8 = HL. \quad \text{Det stämmer!}$$

Svar: En pall med marksten väger 1,3 ton.



2224

När Wilma köpte färg till ett målarjobb fick hon 15 % rabatt. På det sättet sparade hon 579 kr.

Vad kostade färgen utan rabatt?

Anta att färgen kostade x kr utan rabatt.

15 % av x kr motsvarar 579 kr.

$$0,15 \cdot x = 579 \quad \text{Dividera båda leden med } 0,15.$$

$$x = 3860 \text{ kr}$$

Svar: Färgen kostade 3 860 kr utan rabatt.

2225

Till en ishockeymatch kom 220 betalande åskådare.

Barn betalade 40 kr i inträde och vuxna 80 kr.

Totalt gav inträdet 15 200 kr.

Hur många av de betalande var barn?

Antal barn: x

Antal vuxna: $220 - x$

Inträde från alla barn: $40 \cdot x$ kr

Inträde från alla vuxna: $80 \cdot (220 - x)$ kr

Totalt gav inträdet 15 200 kr.

Detta ger ekvationen

$$40x + 80(220 - x) = 15200$$

$$40x + 80 \cdot 220 - 80x = 15200$$

$$-40x + 17600 = 15200$$

$$-40x + 17600 - 17600 = 15200 - 17600$$

$$-40x = -2400$$

$$\frac{-40x}{-40} = \frac{-2400}{-40}$$

$$x = 60$$

Kontroll:

Antal vuxna: $(220 - x) = 220 - 60 = 160$

$$40 \cdot 60 + 160 \cdot 80 = 15200 \quad \text{Det stämmer!}$$

Svar: Det var 60 barn som betalade inträde.



1

- 2226** a) Skriv en ekvation för
Summan av ett tal x och 17 är lika med 31.
b) Lös ekvationen.

- 2227** Värdet av en aktie var x kr. Värdet fördubblades först och ökade sedan med 16 kr. Det nya värdet blev 40 kr.
Vilket var det ursprungliga värdet x ?
Lös uppgiften med hjälp av en ekvation.

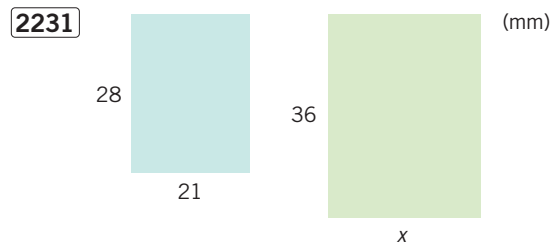
- 2228** a) Skriv en ekvation till följande situation:
Sami tänker på ett tal x .
Han multiplicerar talet med 3 och subtraherar produkten med 17 och får då talet 5 323.
b) Bestäm talet som Sami tänkte på genom att lösa ekvationen.

- 2229** I en klass går 29 elever. Antalet flickor är 5 mer än antalet pojkar.

- a) Välj den ekvation som ger antalet pojkar x .
- | | | | |
|----|--------------|-----|------------------|
| I | $5x = 29$ | III | $x + x + 5 = 29$ |
| II | $x + 5 = 29$ | IV | $29 = x + 5x$ |

- b) Hur många flickor går i klassen?

- 2230** När en snickare köpte billiga brädor var 14 av dem för sneda för att användas. Det var 8 % av alla brädor han köpte.
a) Anta att han köpte x brädor och skriv en ekvation till "8 % av x är 14".
b) Bestäm hur många brädor han köpte genom att lösa ekvationen.



Förhållandet mellan bredd och höjd är detsamma i de två figurerna.
Bestäm bredden x .

- 2232** När Darin köpte 22 500 japanska yen fick han betala 1 875 svenska kronor.
Hur många svenska kronor hade han fått betala om han hade köpt 30 000 yen?
Ställ upp och lös en ekvation.

- 2233** När Hanna fick 2,5 % i löneökning blev det 710 kr mer per månad.

- a) Beräkna Hannas månadslön x kr före löneökningen.
b) Vilken är Hannas årslön efter löneökningen?

- 2234** Om ett pris först ökar med 25 kr och sedan fördubblas så är resultatet 290 kr.
Vilket är det ursprungliga priset?
Ställ upp en ekvation och lös den.

2

- 2235** Marco betalar 180 kr för en biljett och ett program när han går på en match.
Utgå från att ett program kostar x kr. Vad kostar biljetten om den kostar
a) fem gånger så mycket som programmet
b) 150 kr mer än ett program
c) 40 kr mindre än tre gånger priset för ett program?

- 2236** I en verkstad ska metallrör kapas i två olika längder.
De längre rören ska vara 135 mm längre än de kortare.
5 korta rör ska tillsammans ha samma längd som 3 långa.

Vilka längdmått ska rören ha?

- 2237** På *Rhindpapyrusen*, en nästan 4000 år gammal egyptisk skrift, kan vi hitta följande problem:

Ett tal adderat med sin fjärdedel blir 15. Vilket är talet?



- 2238** Maryam köper tak- och golvlister till ett rum.
Hon köper sammanlagt 40 m list till ett pris av 1 240 kr. Taklisterna kostar 25 kr/m och golvlisterna 35 kr/m.
Hur många meter golvlist köper hon?

- 2239** Det krävs 8 meter av en viss fasadbräda för att täcka 1 m^2 .
Dawit ska täcka en fasad på 40 m^2 med sådana fasadbrädor. Han räknar med att 15 % försvinner i spill när han ska kapa brädorna.
Hur många meter brädor behöver Dawit köpa?

3

- 2240** Peters pappa är 30 år äldre än Peter. För två år sedan var pappan tre gånger så gammal som Peter.
Hur gammal är Peter?

- 2241** Hur mycket ren bensin ska du blanda med 4,5 liter olja om du vill ha en blandning med 2,0 % olja?

- 2242** Ett kompisgäng fikar på en cafeteria.
Några beställer kaffe för 24 kr per kopp och resten beställer caffelatte för 36 kr koppen. När notan kommer är den på totalt 444 kr.
Hur många drack kaffe respektive caffelatte om de var 15 personer som fikade?



Multiplikation av uttryck

När vi multiplicerar kan vi byta plats på faktorerna.

Exempel 1 $2 \cdot 5 = 5 \cdot 2 = 10$
 $b \cdot a = a \cdot b = ab$
 $2 \cdot x = x \cdot 2 = 2x$
 $5x \cdot 3x = 3 \cdot 5 \cdot x \cdot x = 15x^2$

Vi har tidigare multiplicerat in ett tal i en parentes med regeln:

Multiplisera
in en faktor

$$a(b + c) = ab + ac$$

Vi använder regeln och multiplicerar in en variabel och ett uttryck:

Exempel 2 $x(x + 2) = x \cdot x + x \cdot 2 = x^2 + 2x$
 $x(3x - 1) = x \cdot 3x - x \cdot 1 = 3x^2 - x$
 $5x(3x + 2) = 5x \cdot 3x + 5x \cdot 2 = 15x^2 + 10x$

Vi visar slutligen hur man multiplicerar två parentesuttryck:

Exempel 3 $(x + 3) \cdot (x + 2) = x(x + 2) + 3(x + 2) =$
 $= x^2 + 2x + 3x + 6 = x^2 + 5x + 6$

Även detta kan vi skriva som en regel:

Multiplikation
av två
parentesuttryck

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Varje term i den ena parentesen multipliceras med varje term i den andra parentesen.

2243 Förenkla uttrycken.

a) $6a \cdot 2a$ b) $3a^2 + 4a - 2a^2 + a$ c) $5ab - 3b \cdot (-2a)$

a) $6a \cdot 2a = 6 \cdot 2 \cdot a \cdot a = 12a^2$ $a \cdot a = a^2$

b) $3a^2 + 4a - 2a^2 + a = 3a^2 - 2a^2 + 4a + a = a^2 + 5a$

Lägg ihop termer
av samma sort.

c) $5ab - 3b \cdot (-2a) = 5ab + 6ba = 11ab$ $ba = b \cdot a = a \cdot b = ab$

2244 Förenkla uttrycken.

a) $x(3 + x) - x$ b) $2x(x - 5) + 6x^2$

a) $x(3 + x) - x = 3x + x^2 - x = x^2 + 2x$

b) $2x(x - 5) + 6x^2 = 2x^2 - 10x + 6x^2 = 8x^2 - 10x$

2245 Multiplicera uttrycken och förenkla.

a) $(x + 4)(x + 2)$ b) $(3x - 2)(x + 8)$

a) $(x + 4)(x + 2) = x^2 + 2x + 4x + 8 = x^2 + 6x + 8$

b) $(3x - 2)(x + 8) = 3x \cdot x + 3x \cdot 8 - 2 \cdot x - 2 \cdot 8 =$
 $= 3x^2 + 24x - 2x - 16 = 3x^2 + 22x - 16$

1

2246 Förenkla uttrycken.

a) $8x \cdot x$ c) $4x \cdot 5x$
 b) $x \cdot 4x$ d) $(-3x) \cdot x$

2247 Förenkla uttrycken.

a) $a^2 - 3a + a^2 - 7 + a$
 b) $8 - 7b + 5b^2 + 3b - b^2$
 c) $4x^2 - 4x - 4x^2 + 4$

2248 Förenkla uttrycken.

a) $x(x + 3) - 3x$
 b) $2y + y(5 + y)$
 c) $x(x - 3) + 4x$

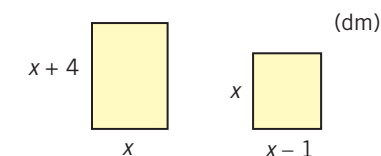
2249 Förenkla

a) $-2 \cdot (3a)$ b) $4a \cdot (-a)$ c) $-a \cdot (-5a)$

2250 Förenkla uttrycken.

a) $x(x + 4) + 2x$ b) $5x(x + 1) - 2x^2$

2251 Figuren visar två rektanglar.



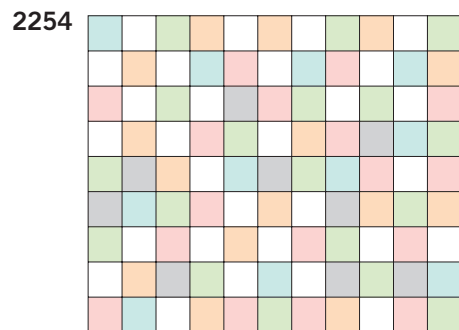
Skriv och förenkla ett uttryck för

- a) den stora rektangelns area
(Arean = Basen \cdot Höjden)
 b) rektanglarnas sammanlagda area.

2252 Multiplicera uttrycken och förenkla.

a) $(x + 2)(x + 5)$ c) $(x - 2)(x + 5)$
 b) $(x + 2)(x - 5)$ d) $(x - 2)(x - 5)$

- 2253 Multiplicera uttrycken och förenkla.
a) $(2x + 3)(x + 4)$ b) $(2y - 1)(3 - y)$



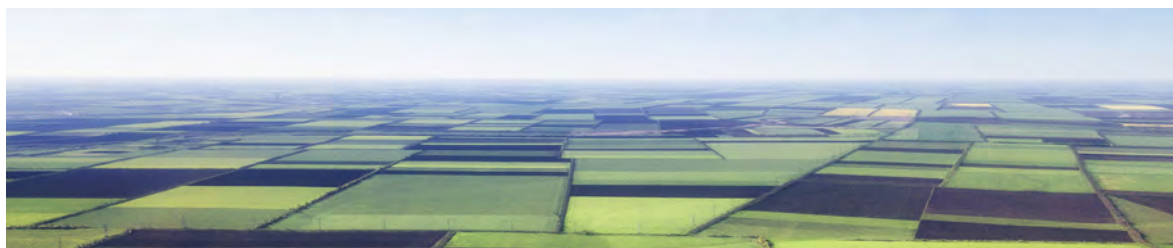
Figuren visar en vägg med kvadratiska kakelplattor. Det är 9 plattor på bredden och 9 på höjden.

- a) Hur ändras antal plattor om vi ökar bredden med 3 plattor och minskar höjden med 3 plattor?
b) Vi ökar bredden med x plattor och minskar höjden med x plattor. Skriv ett uttryck för antalet plattor efter förändringen.
c) En plattläggare påstår att det totala antalet plattor från början alltid är större än antalet plattor efter förändringen som beskrivs i uppgift b). Stämmer det? Motivera.

- 2255 Wilma förenklar ett uttryck:

$$5x - (x + 3)(x + 2) = 5x - x^2 + 2x + 3x + 6.$$

- a) Vad gör hon för fel?
b) Visa en korrekt förenkling.



- 2256 Lös ekvationerna.
a) $(y - 1)(y + 4) = 14 + y^2$
b) $(x - 1)(x - 6) = (4 + x)(3 + x) - 5x$

- 2257 Förenkla uttrycken.
a) $5x^2 + 3(x + 5)(x - 3)$
b) $3x - (3 - 2x)(4x + 2)$
c) $a + 1,5ba - a(b + 1)$
d) $8 - 2ab - b(3 - 3a)$

- 2258 Värdet av uttrycket $x^2 - x(x - 3) - x$ är alltid dubbelt så stort som det värde på x man sätter in i uttrycket.
a) Visa att det stämmer för $x = 5$.
b) Visa att det stämmer för alla x .

3

- 2259 En lagerbyggnad har formen av ett rätblock. Långsidan är 9 m längre än byggnadens bredd. Höjden är 5 m kortare än bredden. Långsidans area är 90 m^2 större än kortsidans area. Bestäm byggnadens mått.

- 2260 Multiplicera uttrycken och förenkla.

a) $\frac{y}{2}(y - 1) + y$
b) $\left(\frac{x}{2} + 3\right)\left(\frac{x}{2} + 1\right)$

- 2261 En kvadrat har sidan x och en rektangel har sidorna $(x + a)$ och $(x - a)$. Finns det något positivt värde på a så att kvadraten och rektangeln har samma area? Motivera ditt svar.

Faktorisera

faktorisera

När man skriver ett tal eller ett uttryck som en produkt av faktorer kallas det att *faktorisera*.

Vi kan till exempel faktorisera

- ▶ talet 30: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
▶ uttrycket $4x^2$: $4x^2 = 2 \cdot 2 \cdot x \cdot x$

Uttrycket $2x + 10$ kan också skrivas som en produkt av faktorer. Vi börjar med att faktorisera termerna:

$$2x + 10 = 2 \cdot x + 2 \cdot 5$$

Faktorn 2 finns i båda termerna och kallas därför för en *gemensam faktor*.

Vi kan skriva 2:an utanför en parentes.

$$2x + 10 = 2 \cdot x + 2 \cdot 5 = 2 \cdot (x + 5)$$

gemensam faktor

bryta ut

Vi har nu faktorerat uttrycket $2x + 10$. Man brukar säga att vi har brutit ut 2 ur uttrycket $2x + 10$. *Bryta ut* är motsatsen till att multiplicera in.

bryta ut

$$2x + 10 = 2(x + 5)$$

multiplicera in

2262

Faktorisera genom att bryta ut en gemensam faktor.

a) $2x + 6$ b) $3a^2 - a$ c) $10y + 2y^2$

a) $2x + 6 = 2 \cdot x + 2 \cdot 3 = 2(x + 3)$

2 är en gemensam faktor.

b) $3a^2 - a = 3 \cdot a \cdot a - a = a(3a - 1)$

a är en gemensam faktor.

c) $10y + 2y^2 = 5 \cdot 2 \cdot y + 2 \cdot y \cdot y = 2y(5 + y)$

$2y$ är en gemensam faktor.

2263

Förenkla uttrycken

a) $\frac{15a + 3}{3}$ b) $\frac{10a - 20}{5}$

- a) Vi börjar med att faktorisera täljaren.

$$\frac{15a + 3}{3} = \frac{3(5a + 1)}{3} = 5a + 1$$

Vi förkortar med 3.

- b) Vi börjar med att faktorisera täljaren.

$$\frac{10a - 20}{5} = \frac{5(2a - 4)}{5} = 2(a - 2) = 2a - 4$$

Vi förkortar med 5.

Både $2(a - 2)$ och $2a - 4$ är korrekta svar.

2264 Bryt ut största möjliga faktor.

a) $3x^2y - 9xy$ b) $4xy + 16x^2y^2$

a) $3x^2y - 9xy = 3x(xy - 3)$

3x är en gemensam faktor.

b) $4xy + 16x^2y^2 = 4xy(1 + 4xy)$

4xy är en gemensam faktor.

1

2265 Faktorisera

a) talet 10 b) uttrycket $6x^2$.

2266 Har talen någon gemensam faktor?
I så fall vilken?

a) 6 och 8 c) 12 och 25
b) 10 och 15 d) 14 och 35

2267 Faktorisera genom att bryta ut en gemensam faktor.

a) $6x + 14$ c) $25 - 5y$
b) $3x - 9$ d) $2 - 10y$

2268 Utgå från uttrycket $6a - 30$ och bryt ut

a) 2 b) 3 c) 6

2269 Bryt ut största möjliga faktor.

a) $20 + 12x$ c) $3y - 12 + 6x$
b) $21x - 15$ d) $15 + 28y$

2270 Albin förenklar både

$\frac{4 \cdot x}{4}$ och $\frac{x + 3}{3}$ till x .

Tänker han rätt? Motivera.

2271 a) Vilken faktor har uttrycken $3x$ och $5x^2$ gemensam?

b) Faktorisera $3x + 5x^2$ genom att bryta ut en gemensam faktor.

2272 Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{4x}{12}$ b) $\frac{x^2}{2x}$ c) $\frac{6x^2}{2x}$

2273 Vilket av följande uttryck går inte att förenkla till x ?

A $0,5x + 0,5x$ C $\frac{x+x}{x}$
B $\frac{x \cdot x}{x}$ D $\frac{x+x}{2}$

2274 Bryt ut faktorn x .

a) $x^2 - 3x$ b) $x^2 - x$ c) $3x^2 + 2x$

2275 Nima förenklar $\frac{2x+y}{2}$ till $x + y$.

Har han gjort rätt?
Motivera ditt svar.

2

2276 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{15a-20}{5}$ c) $\frac{6x+6}{6}$
b) $\frac{12-15x}{3}$ d) $\frac{2x+8}{6}$

2277 Vad ska det stå i de tomma rutorna?

a) $3(\square - 4) = 6y - 12$
b) $x(\square) = 5x + x^2$
c) $\square(\square + 4) = 5x + 20$

2278 Faktorisera

a) $4ab - 12a$ b) $6a^2 + 21ab$

2279 Vilka svarsalternativ motsvarar uttrycket $12a + 30b$?

A $2(15b + 6a)$ C $6(2a + 5b)$
B $\frac{24a + 30b}{2}$ D $\frac{60b + 36a}{3}$

2280 Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{3x+6x}{3x}$ b) $\frac{x^2+2x}{x}$

2281 Vilket svarsalternativ motsvarar uttrycket $\frac{5x^2 + 30x}{5x}$?

A $31x$ C $x + 6$
B $5x + 6$ D $5x - 6$

2282 Förenkla så långt som möjligt.

a) $\frac{x+8x}{3x}$ b) $\frac{5y}{y-5y-6y}$

2283 Vilka uttryck kan förenklas och till vad?

A $(2a + 8)/8$ C $\frac{2(a+a)}{a^2}$
B $\frac{a}{a+a+a}$ D $\frac{a+4}{a}$

2284 Förenkla uttrycken.

a) $\frac{3(18a-3)}{9}$ c) $\frac{12b^2-4b^2}{2b}$
b) $\frac{a^2+3a}{2a}$ d) $\frac{ab+3b^2}{ab}$

3

2285 Bryt ut största möjliga faktor.

a) $5x + 25x^2y$
b) $6a^2 - 3ab^2$
c) $18xy^2 - 9x^2y$
d) $4ab + 8ab^2 - 2ba^2$

2286 Ett sätt att kontrollera om en förenkling av ett uttryck är rätt är att sätta in tal i stället för variablerna.

Om värdet på det ursprungliga och det förenklade uttrycket då blir detsamma är chansen stor att förenklingen är rätt.

a) Beräkna värdet av uttrycket

$$\frac{10ab + 15a^2b}{2ab + 3ba}$$

då $a = 2$ och $b = 1$.

b) Förenkla uttrycket i a).

c) Sätt in $a = 2$ och $b = 1$ i det förenklade uttrycket och beräkna värdet.



gettyimages
San Francisco Chronicle/Hearst
Newspapers via Getty Images