

Beräkning av andelen i procent

Vi börjar med det mest grundläggande för procenträkning:

procent $1 \text{ procent} = 1\% = 1 \text{ hundradel} = \frac{1}{100} = 0,01$

promille $1 \text{ promille} = 1\text{‰} = 1 \text{ tusendel} = \frac{1}{1000} = 0,001$

Procent och promille kan användas för att jämföra andelar.

Exempel Arman, Pontus och Emma sommarjobbar på ett bygge. På frågan om hur mycket de arbetar svarar de:
Arman 75%, Emma 100% och Pontus 120%.
De har utgått från en hel tjänst som är 40 timmar i veckan och räknat ut sin arbetstid, se tabellen.



Pontus arbetar mer än heltid, därför blir hans arbetstid mer än 100%.
Han arbetar 20% mer än heltid, och 20% mer än det hela kan vi skriva som 120%.

	Arbetstid (tim/vecka)	Andel av hel tjänst
Arman	30 h	= 0,75 = 75 %
Emma	40 h	= 1 = 100 %
Pontus	48 h	= 1,20 = 120 %

Andelen

$$\text{Andelen} = \frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}}$$

För att till exempel beräkna hur stor andel av en heltid Arman har arbetat ställer vi alltså upp:

$$\text{Andelen} = \frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}} = \frac{30}{40} = 0,75 = 75\%$$

Bråkform Decimalform Procentform

1337

Skriv i procentform.

- a) 0,04 c) 0,4
b) 0,045 d) 0,005

a) $0,04 = 4 \text{ hundradelar} = 4\%$

b) $0,045 = 4,5 \text{ hundradelar} = 4,5\%$ $0,045 = 45 \text{ tusendelar} = 45\text{‰}$

c) $0,4 = 0,40 = 40 \text{ hundradelar} = 40\%$

d) $0,005 = 0,5 \text{ hundradelar} = 0,5\%$ $0,005 = 5 \text{ tusendelar} = 5\text{‰}$

1338

Hur många procent är 180 m av 2,0 km?

Delen = 180 m Det hela = 2,0 km = 2000 m

$$\text{Andelen} = \frac{180}{2000} = 0,09 = 9\%$$

Svar: 180 m av 2,0 km motsvarar 9%.

1339

- a) Hur många promille är 14 av 7000?
b) Hur många procent är 3 av 10?
c) Ungefär hur många procent är 38 av 192?

a) $\text{Andelen} = \frac{14}{7000} = \frac{2}{1000} = 2\text{‰}$

b) $\text{Andelen} = \frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 10}{10 \cdot 10} = \frac{30}{100} = 30\%$

c) $\text{Andelen} = \frac{38}{192} \approx \frac{40}{200} = \frac{40 / 2}{200 / 2} = \frac{20}{100} = 20\%$

Vi förlänger eller förkortar till nämnaren 100.

1

1340 Skriv i procentform.

- a) 0,42 c) 0,5
b) 0,03 d) 0,055

1341 Hur många procent är

- a) 90 kg av 750 kg
b) 448 personer av 6400 personer
c) 1470 kr av 42000 kr
d) 295 mm av 1475 mm?

1342 På ett företag arbetar man 35 timmar per vecka på en heltidstjänst.

Hur många procent av en heltidstjänst arbetar

- a) Lotta som arbetar 28 h/vecka
b) Kelly som arbetar 42 h/vecka?

- 1343 Hur många promille är
 a) 0,007 c) $\frac{12}{1\,000}$
 b) $\frac{5}{1\,000}$ d) 0,023?

- 1344 Vilken procentsats och vilken beskrivning hör ihop?

20% 23% 26% 30% 33% 50%

- A Varannan
 B Ca en tredjedel
 C Drygt en fjärdedel
 D Motsvarande tre av tio
 E Knappt en fjärdedel
 F Var femte

- 1345 a) Förläng $\frac{13}{50}$ så att nämnaren blir 100.
 b) Hur många procent är 13 kr av 50 kr?

- 1346 a) Förkorta $\frac{48}{200}$ så att nämnaren blir 100.
 b) Hur många procent är 48 kr av 200 kr?

- 1347 Ett handbollslag har två målvakter, Filip och Adde. Laget har haft 70 straffar emot sig. Filip har tagit 19 av 43 straffar och Adde har tagit 13.
 Visa att Adde har en högre räddningsprocent än Filip.

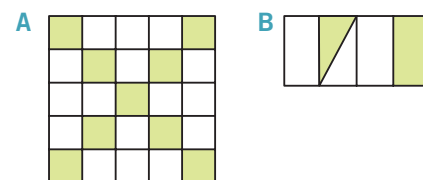
- 1348 Hur många promille är
 a) 4,2 m av 600 m b) 4,5 m av 600 m?

- 1349 Vilka andelar i bråkform hör ihop med andelarna i procentform?

$\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{9}{50}$

- A 50% D 5%
 B 18% E 12,5%
 C 75%

- 1350 I vilken av figurerna är den färgade andelen störst? Motivera ditt val.



2

- 1351 För en viss lastbilsmodell får framaxeln maximalt ta upp en vikt av 7 500 kg och bakaxeln maximalt ta upp vikten 15 500 kg.
 Hur många procent av totalvikten får maximalt tas upp av
 a) framaxeln b) bakaxeln?

- 1352 Jussi ska såga till 120 brädor som är 240 cm långa. Han utgår från brädor som är 5,20 m långa.
 a) Hur många brädor med längden 5,20 m behöver han?
 b) Hur många procent av brädorna blir spill?

- 1353 På en faktura från en bilverkstad står:

	Belopp, kr
Arbete	3 252,50
Reservdelar	7 132,50
Utan moms	10 385,00
Moms 25 %	2 596,25
Att betala	12 981,00

- Hur många procent av beloppet
 a) utan moms är arbetskostnad
 b) utan moms är kostnad för reservdelar

- 1354 Vilket av följande bråk

$\frac{39}{405}$ $\frac{75}{76}$ $\frac{26}{51}$ $\frac{3}{297}$ $\frac{98}{47}$ $\frac{11}{41}$

- är ungefär lika med
 A 100% C 25% E 1%
 B 50% D 10% F 200%?

- 1355 En metallstång med tjockleken 84,5 mm ska tillverkas i en verkstad.
 Toleransen är $\pm 0,5$ mm.
 Detta innebär att stångens tjocklek får ligga mellan 84,0 mm och 85,0 mm.
 a) Ange toleransen i procent.
 b) Ange toleransen i promille.
 c) Vid en kontrollmätning av 260 tillverkade stänger fick 17 kasseras.
 Hur stor andel var det?

- 1356

Öppettider	
Måndag – Fredag	11.00 – 23.00
Lördag	12.00 – 01.00
Söndag	11.00 – 22.00

Alessandro äger en pizzeria och är nästan alltid där när pizzerian är öppen. Hur många procent arbetar han om man jämför med att 40 h/vecka är heltid?



Antal ungdomar	Persboda	Västerstad
Med arbete	66	1 335
Arbetslösa	9	165

- 1357 En politiker säger att arbetslösheten bland ungdomar är större i Persboda än i Västerstad.
 En annan politiker säger att det är tvärtom. Kan båda ha rätt?
 Motivera ditt svar.

- 1358 Hur många procent är
 a) 45 g av 2,5 kg d) 30 mm av 0,75 m
 b) 129 m av 1,5 km e) 54 ml av 12 liter
 c) 380 W av 25 kW f) 65 μ m av 13 mm?

3

- 1359 Pia och Tony har praktik på en bilverkstad. Tony ska blanda bensin och olja så att oljehalten blir 2%. Han har 10 liter bensin och säger:
Tar man 2 dl olja i bensinen så får man exakt 2 %-ig oljeblandning.
 Pia säger då: *Ska du ha exakt 2 % så bör du ta några ml till.*
 Vem har rätt? Motivera ditt svar.

- 1360 En spellista innehåller 18 svenska låtar och 36 engelska.
 Hur många svenska låtar ska man lägga till listan för att andelen svenska låtar ska bli 50%?

Beräkningar när vi vet procentsatsen

Vi fortsätter att repetera beräkningar med procent.

Delen $\text{Delen} = \text{Andelen} \cdot \text{Det hela}$

Exempel 1 Hur mycket är 7% av 600 kr?

Andelen = 7% = 0,07 Vi skriver andelen i decimalform.

Det hela = 600 kr

Delen = $0,07 \cdot 600 \text{ kr} = 42 \text{ kr}$

Det hela $\text{Det hela} = \frac{\text{Delen}}{\text{Andelen}}$

Exempel 2 7% av priset på en vara är 42 kr. Vilket är hela priset?

Andelen = 7% = 0,07

Delen = 42 kr

Det hela = $\frac{42 \text{ kr}}{0,07} = 600 \text{ kr}$

Enklare procentberäkningar ska du kunna utföra utan räknare. Du behöver därför ha koll på följande:

- ▶ 50% = hälften
- ▶ 25% = en fjärdedel
- ▶ 10% = en tiondel
- ▶ 1% = en hundradel

1361 Hur många kilogram är 6% av 475 kg?

Det hela = 475 kg Andelen = 6% = 0,06 Delen = ?

Delen = $0,06 \cdot 475 \text{ kg} = 28,5 \text{ kg}$ Delen = Andelen · Det hela

Svar: 6% av 475 kg är 28,5 kg.

1362 35% av en vägsträcka är 84 km. Hur lång är hela sträckan?

Delen = 84 km Andelen = 35% = 0,35 Det hela = ?

Det hela = $\frac{84 \text{ km}}{0,35} = 240 \text{ km}$ Det hela = $\frac{\text{Delen}}{\text{Andelen}}$

Svar: Hela sträckan är 240 km.

1363 Hur mycket är 15% av 800 kg?

100% motsvarar 800 kg

Det hela motsvaras av 100%.

10% motsvarar 80 kg

5% motsvarar 40 kg

5% är hälften av 10%.

15% motsvarar $80 \text{ kg} + 40 \text{ kg} = 120 \text{ kg}$

Svar: 15% motsvarar 120 g.

1364 Hur stort är hela lånet, om räntan 2,0% motsvarar 300 kr?

2% motsvarar 300 kr

1% motsvarar $\frac{300 \text{ kr}}{2} = 150 \text{ kr}$

Det hela, 100%, motsvarar $100 \cdot 150 \text{ kr} = 15\,000 \text{ kr}$.

Svar: Hela lånet är på 15 000 kr.

1

1365 Skriv i decimalform.

- a) 65% d) 145%
- b) 50% e) 14,5%
- c) 4% f) 4‰

1366 Hur mycket är

- a) 50% av 420 kg c) 1% av 750 kg
- b) 25% av 420 kg d) 4% av 750 kg

1367 Nabil betalar 32% i skatt på sin månadslön som är 21 700 kr. Hur mycket

- a) betalar han i skatt
- b) får han kvar efter skatt?

1368 På en arbetsplats med 80 anställda var 65% av personalen tillsvidareanställda och resten timanställda.

Hur många var

- a) tillsvidareanställda
- b) timanställda?

1369 Hur mycket är

- a) 50% av 120 km c) 10% av 150 km
 - b) 25% av 80 km d) 1% av 500 km
- Beskriv hur du tänkte.

1370 a) Skriv 12% i decimalform.

- b) Beräkna hela vikten på ett föremål om 12% motsvarar 306 kg.

1371 Ariella sommarjobbar och betalar 1 100 kr i skatt. Det är 5% av vad hon tjänade. Hur mycket pengar tjänade hon?

1372 Robert ska beräkna sin nya månadslön i kr och ställer upp uttrycket $32\,000 + 32\,000 \cdot 0,045$

Hur stor är Roberts

- a) gamla lön
- b) nya lön
- c) löneökning i procent
- d) löneökning i kronor?

- 1373** Hur mycket är
- 4,5 % av 1 800 kg
 - 3,5 % av 1 200 mm
 - 5‰ av 1 800 kg
 - 0,5‰ av 1 200 mm?

1374 Vilket belopp är störst, 3,75 % av 180 000 kr eller 4,25 % av 160 000 kr?

- 1375** Hur mycket är
- 10 % av 240 mm
 - 5 % av 240 mm
 - 15 % av 240 mm
 - 20 % av 240 mm?

1376



En bräda som är 3,50 m lång och 120 mm bred krymper 2,5 % på bredden och 0,25 % på längden när den torkar.

Beräkna hur mycket brädan krymper på

- längden
- bredden.

2

1377 Ett byggvaruhus köper in skruvdragare för 785 kr. Man sätter sedan ett försäljningspris som är 140 % av inköpspriset.

- Skriv 140 % i decimalform.
- Beräkna försäljningspriset.

1378 En resistor är märkt 5 600 Ω (ohm).

Toleransen beskriver hur mycket resistansen kan avvika från det märkta värdet.

Mellan vilka värden kan den verkliga resistansen ligga om toleransen är

- 1%
- 2%
- 10%
- 5%

1379 Evelina påstår att 32 % av 85 kr är lika mycket som 85 % av 32 kr. Är det sant? Motivera ditt svar.

1380 På en bilprovning underkändes ett år 2 392 fordon. Det var 26 % av alla kontrollerade fordon.

Hur många fordon

- kontrollerades under året
- godkändes under året?

1381 Två butiker säljer samma modell av ett par hörlurar.

Var är det billigast att köpa hörlurarna?

Butik A

20 % rabatt
Spara 130 kr
Passa på nu!

Butik B

25 % rabatt
Spara 200 kr
Passa på nu!

3

1382 I en skola skulle eleverna få rösta Ja eller Nej till ett förslag från rektor.

I valet röstade 62 % Ja och 38 % Nej.

Av skolans totala antal elever var ca 24 % frånvarande vid röstningen.

Beräkna hur många elever som gick på skolan, om vi vet att 224 röstade Ja.

1383 Vid en löneförhandling finns två alternativ för de anställdas löneökning.

A Månadslönen ökar med 856 kr

B Månadslönen ökar med 3,2 %

- Vilket alternativ är bäst för dig om din månadslön är 23 500 kr?
- Vid vilken månadslön ger de två alternativen lika stor ökning i kronor?

Proportionalitet

Exempel 1

Anta att 1 liter bensin kostar 15 kr. 2 liter bensin kostar då $2 \cdot 15 \text{ kr} = 30 \text{ kr}$. Om volymen fördubblas, så fördubblas också priset.

proportionellt

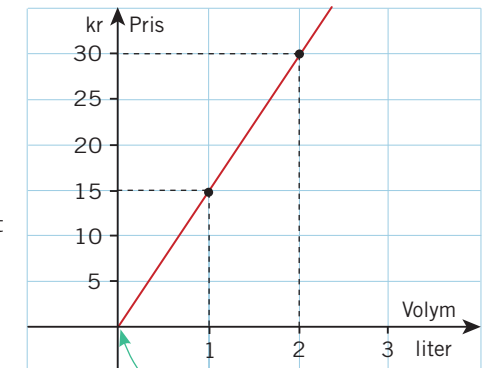
Man säger att priset är *proportionellt* mot volymen.

origo

I ett diagram motsvaras en proportionalitet av en rät linje genom *origo*, se figur.

Att priset är proportionellt mot volymen innebär också att förhållandet mellan pris och volym är konstant:

$$\frac{15 \text{ kr}}{1 \text{ liter}} = \frac{30 \text{ kr}}{2 \text{ liter}} = 15 \text{ kr/liter}$$



Exempel 2

För att gjuta 40 små betongplattor krävs 160 liter färdigblandad betong. Mängden betong är proportionell mot antalet plattor. Detta innebär att kvoten (eller förhållandet) mellan mängden betong och antalet plattor alltid är densamma.

$$\frac{\text{Mängden betong}}{\text{Antal plattor}} = \frac{160 \text{ liter}}{40 \text{ plattor}} = 4 \text{ liter/platta}$$

Vi kan nu beräkna mängden betong som krävs för att gjuta t.ex. 75 små plattor. Mängden betong = $75 \cdot 4 \text{ liter} = 300 \text{ liter}$

I vardagen och i yrkeslivet finns många samband som är proportionella. Några exempel:

- ▶ Om du arbetar och får timlön så är lönen proportionell mot antalet arbetstimmar.
- ▶ Om du går, springer eller åker med konstant hastighet, så är sträckan proportionell mot tiden.
- ▶ Priset på varor som säljs i lösvikt är proportionellt mot vikten.

1384

En hantverkare fakturerade 8 100 kr till en kund för 12 timmars arbete. Priset var proportionellt mot antalet arbetstimmar.

Vilket belopp hade stått på fakturan om arbetet hade tagit

- a) 6 timmar b) 20 timmar?

- a) Priset är proportionellt mot antal timmar.
12 timmar kostar 8 100 kr.

$$6 \text{ timmar kostar } \frac{8\,100 \text{ kr}}{2} = 4\,050 \text{ kr}$$

- b) Eftersom priset är proportionellt mot antalet timmar,

är förhållandet $\frac{\text{Pris}}{\text{Tid}}$ konstant.

$$\frac{8\,100 \text{ kr}}{12 \text{ h}} = 675 \text{ kr/h}$$

$$\text{Kostnaden för 20 timmar} = 20 \cdot 675 \text{ kr} = 13\,500 \text{ kr}$$

- Svar:** a) Beloppet för 6 timmar hade varit 4 050 kr.
b) Beloppet för 20 timmar hade varit 13 500 kr.

1385

I tabellen visas storlek och pris på två olika burkar med färg. Undersök om priset är proportionellt mot volymen.

	Liten burk	Stor burk
Volym i liter	2,7	9
Pris i kronor	339	979

Liten burk: $\frac{339}{2,7} \text{ kr/l} \approx 126 \text{ kr/l}$

Stor burk: $\frac{979}{9} \text{ kr/l} \approx 109 \text{ kr/l}$

Vi beräknar jämförpriset genom att dividera priset med volymen.

Förhållandet mellan pris och volym (jämförpriset) är olika. Priset är därför inte proportionellt mot volymen.

Svar: Priset är inte proportionellt mot volymen.

1

1386 Priset på en elkabel är proportionellt mot längden. Priset är 16 kr/m.

- a) Hur mycket kostar 25 m?
b) Vilken längd kostar 240 kr?

1387 En vattenpump pumpar upp 140 liter vatten på 4 minuter.

- Hur mycket vatten pumpas upp på
a) 3 minuter c) en kvart
b) 10 minuter d) ½ timme?

1388 Mia cyklar med jämn hastighet. Sträckan är proportionell mot tiden. På 2 timmar kommer hon 40 km.

- Hur långt kommer hon på
a) 1,5 timmar b) 45 minuter?

1389 Vilken förare hade högst medelhastighet?

- ▶ Albin som körde 423 km på 4,5 timmar.
- ▶ Bea som körde 336 km på 3,5 timmar.

Motivera ditt svar.

1390

Till 1 säck (25 kg) cement
Grus 0-8 mm: 45 liter
Sten 8-16 mm: 40 liter
Vatten: 14½ liter

Hur mycket grus, sten och vatten behövs till

- a) 6 säckar cement
b) en halv säck cement?

1391 Är Gabriellas lön proportionell mot tiden hon har arbetat? Motivera.

Tid i timmar	Lön i kronor
68	6 596
25	2 425
46	4 462

1392 Hannes har ett arbete med timlön. Han får 4 050 kr för 30 timmars arbete.

- a) Hur mycket får han för 40 timmars arbete?
b) Hur många timmar har han arbetat om han får 6 480 kr?

1393 Alma använder farthållare när hon kör bil. Sträckan hon kör är proportionell mot tiden. Komplettera tabellen som beskriver hennes bilresa.

Sträcka (km)	Tid (h)
22	0,25
	0,40
52	

2

1394 Louis växlar 450 kr (SEK) till 50 amerikanska dollar (USD).

- a) Lea växlar 630 kr till samma kurs. Hur många dollar får hon?
b) Len får 120 dollar när han växlar till samma kurs. Hur många kronor växlade han?

1395 Ett mått på en skidbackes lutning är kvoten mellan backens höjd och åksträckan.

Namn	Höjd	Åksträcka
Bergbacken	165 m	670 m
Storbacken	354 m	1 530 m

- a) Vilken backe har störst lutning?
b) En annan backe har samma lutning som Bergbacken. Den har en åksträcka som är 1 000 m. Vilken höjd har den backen?

1396 Marcus läser en bok som innehåller 420 sidor. Efter 1,5 h har han läst 50 sidor.

Anta att Marcus läser alla sidor med samma hastighet. Hur lång tid tar det för honom att läsa hela boken?

1397 En viss typ av spånskiva med längd 2 500 mm och bredd 1 200 mm finns i tjocklekarna 10, 12, 16, 19, och 22 mm. Vikten på skivorna är proportionell mot tjockleken. Skivan med tjockleken 10 mm väger 22 kg.

- a) Beräkna vikten på skivorna med tjockleken 16 mm och 22 mm.
b) På en lastpall ligger 40 spånskivor med tjockleken 12 mm. Beräkna den totala vikten.
c) Emil har en liten lastbil som får lasta max 1,2 ton. Hur många spånskivor med tjockleken 19 mm kan Emil lasta på sin bil?

Utväxlingsförhållande

I olika motorer och maskiner överförs roterande rörelser via en växel. Om växeln består av roterande axlar skapas ett utväxlingsförhållande från det drivande hjulet till det drivna hjulet.

Exempel 1 Utväxlingsförhållandet, U , i en kugghjulsväxel beräknas med formeln:

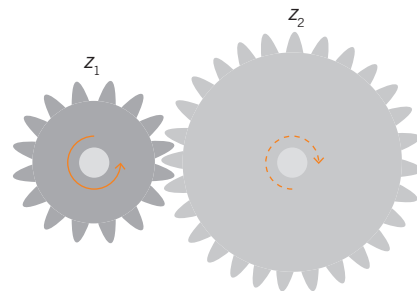
$$U = \frac{z_2}{z_1} \quad \begin{array}{l} z_1 = \text{Antalet kuggar på det drivande hjulet.} \\ z_2 = \text{Antalet kuggar på det drivna hjulet.} \end{array}$$

I växeln på bilden har det drivande hjulet 16 kuggar ($z_1 = 16$) och det drivna hjulet har 28 kuggar ($z_2 = 28$).

$$\text{Utväxlingsförhållandet } U = \frac{28}{16} = 1,75$$

Förhållandet kan skrivas $\frac{1,75}{1}$ eller

1,75:1. Det drivande hjulet roterar 1,75 varv då det drivna roterar 1 varv. Detta innebär en minskning i varvtal.



Exempel 2 Vid två seriekopplade kuggväxlar beräknas det totala utväxlingsförhållandet med formeln:

$$U_{\text{Total}} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3}$$

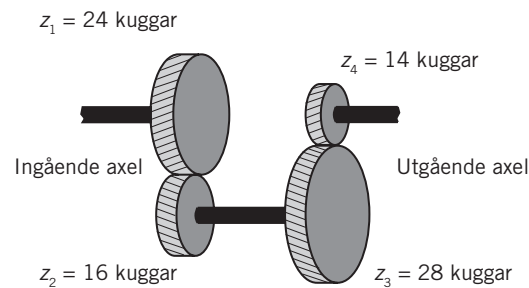
I växeln på bilden är $z_1 = 24$, $z_2 = 16$, $z_3 = 28$ och $z_4 = 14$.

Det totala utväxlingsförhållandet

$$U_{\text{Total}} = \frac{16}{24} \cdot \frac{14}{28} = \frac{16}{24} \cdot \frac{14}{28} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

Förhållandet kan skrivas 1:3.

När ingående axel roterar 1 varv roterar utgående axel 3 varv. Detta innebär en ökning i varvtal.



1 Beräkna utväxlingsförhållandet när det drivande kugghjulet har 14 kuggar ($z_1 = 14$) och det drivna kugghjulet har 42 kuggar ($z_2 = 42$).

2 En kugghjulsväxel har 15 kuggar på det drivna hjulet. Antalet i det drivande hjulet är fyra gånger så stort.

- Ange värdet på z_1 och z_2 .
- Beräkna utväxlingsförhållandet.
- Beskriv vad som händer i växeln.

3 I en bakväxel i en bil har det drivande kugghjulet 11 kuggar.

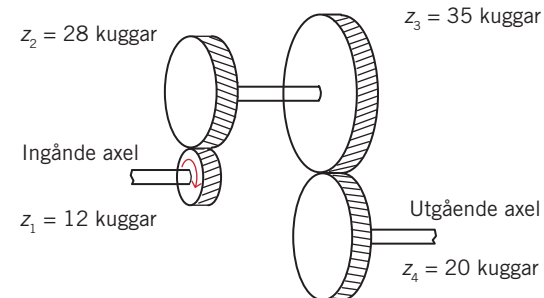
Hur många kuggar har det drivna kugghjulet om utväxlingsförhållandet är 5:1?

4 Utväxlingsförhållandet mellan två remskivor kan beräknas på liknande sätt som mellan två kugghjul.

I formeln för utväxlingen ersätts då antalet kuggar med remskivornas diameter.

Bestäm utväxlingsförhållandet i en kylfläkt där motoraxelns remskiva har diametern 114 mm och fläktens remskiva har diametern 51 mm.

5 Beräkna totala utväxlingsförhållandet i växeln nedan.



6 Utväxlingsförhållandet, U , kan också beräknas med hjälp av formeln

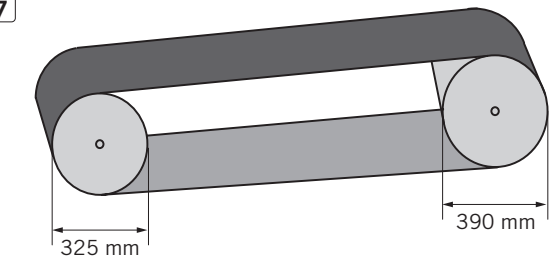
$$U = \frac{n_1}{n_2}$$

där n_1 är varvtalet på det drivande hjulet och n_2 varvtalet på det drivna hjulet.

Varvtalet på en motor i en arbetsmaskin kan variera mellan 600 och 960 varv/min. Motorn driver maskinen med remdrift och har utväxlingsförhållandet 3:1.

Bestäm det drivna hjulets lägsta respektive högsta varvtal (n_2 i formeln).

7



Ett transportband drivs med remdrift. Den drivande remskivan har en diameter på 325 mm och den drivna remskivan har en diameter på 390 mm.

Transportbandets hastighet ska ökas genom att man byter ut den drivna remskivan mot en remskiva med 30% mindre diameter.

- Beräkna utväxlingsförhållandet före och efter bytet av remskiva.
- Den nya remskivan har en hastighet på 500 varv/min. Utnyttja sambanden mellan utväxlingsförhållandet, remskivornas diameter och dess varvtal och beräkna varvtalet på den drivna remskivan innan bytet.

Moms

Moms är en skatt som alla betalar som köper varor och tjänster. På de allra flesta varor och tjänster är momssatsen 25 %, men även andra momssatser förekommer.

exkl. moms Priset utan moms skrivs ofta *pris exkl. moms* (exklusive moms)
inkl. moms och priset med moms skrivs ofta *inkl. moms* (inklusive moms).

Exempel Sashas båtmotor går varm och impeller och termostat måste bytas. Sasha lämnar in motorn till Olofs Båtmotor och får en offert på material och arbete:

	Pris exkl. moms
Material	278 kr
Arbete	896 kr
Summa	1 174 kr



Vi beräknar priset ut till kund inkl. moms:

Moms = $0,25 \cdot 1\,174 \text{ kr} = 294 \text{ kr}$
Pris inkl. moms = $1\,174 \text{ kr} + 294 \text{ kr} = 1\,468 \text{ kr}$
Kundens pris är 1 468 kr.

Vi beräknar momsens andel av priset:

$$\frac{\text{Moms}}{\text{Totalpriset inkl. moms}} = \frac{294 \text{ kr}}{1\,468 \text{ kr}} = 0,20 = 20\%$$

Momsen utgör alltså 20% av priset inkl. moms. Detta innebär att om vi drar av 20% av priset med moms, får vi priset utan moms.

avdragsmoms Vi kan säga att *avdragsmomsen* är 20% av priset inkl. moms.
påslagsmoms när *påslagsmomsen* är 25% av priset exkl. moms.

Sammanfattning

Pris utan moms + Påslagsmoms = Pris med moms
Pris med moms – Avdragsmoms = Pris utan moms

Om inget annat anges är påslagsmomsen 25 %.

- 1 En termostat som styr temperaturen på duschvattnet hos Liam började krångla. Kostnaderna för material och arbete visas i tabellen.

	Pris exkl. moms
Material	1 586 kr
Miljöavgift för återvinnig och destruktion	75 kr
VVS-montör	1 136 kr

- a) Hur mycket ska Liam betala i moms?
b) Vad blir priset inkl. moms?

- 2 Sofia och Jakob har köpt en badtunna som de tänker ha ute på altanen i stugan. De anlitar en elektriker för att installera badtunnan.

Arbetet tar 3 h och elektrikern tar ut en arbetskostnad på 620 kr/h exkl. moms.

- a) Vad blir arbetskostnaden inkl. moms?
b) Sofia och Jakob vill även ha trädgårdsbelysning. De har valt en markarmatur med 230 V:s lampor så de måste anlita en elektriker.

	Pris inkl. moms
Markarmatur	399 kr/st
Kabel m.m.	2 468 kr
Elektriker	775 kr/h

6 st markarmaturer installeras.
Arbetet tar 4 h.

Hur mycket betalar Sofia och Jakob i moms?

- 3 På en personbilsvektstad kommer en kund in och vill ha ett hjulskifte. Pris inkl. moms för detta är 300 kr.
Hur mycket betalar kunden i moms?



- 4 Du arbetar på ett bygg- och måleriföretag och har tapetserat ett rum åt en privatperson. På fakturan står följande specificerat:

	Pris exkl. moms
Mönstertapet	1 821 kr
Vit tapet	1 280 kr
Lim	79 kr
Arbete	1 156 kr

Kostnad för förbrukningsmaterial såsom spackel, roller, penslar m.m. tillkommer med 3% på totalpriset exkl. moms.

- a) Vad ska kunden betala i moms?
b) Vad blir totalpriset inkl. moms?
c) Hur många procent utgör momsens av totalpriset?

- 5 Påslagsmomsen på taxiresor är 6%. Priset för en resa är 250 kr exkl. moms.
a) Hur mycket ska kunden betala i moms?
b) Vilket pris ska kunden betala?
c) Vilken procentsats är avdragsmomsen på taxiresor?
d) Priset för en resa är 371 kr inkl. moms. Hur mycket betalar kunden i moms?

Vinst, förlust och vinstmarginal

Ett företag sammanställer sitt resultat efter ett verksamhetsår.

Det betyder att de beräknar skillnaden mellan företagets alla intäkter och kostnader.

Vid sammanställningen beräknas också vinstmarginalen, alltså hur stor andel av intäkterna som vinsten utgör.

Exempel 1



En el- och installationsfirma sålde under ett år varor och tjänster för 4215 tkr (tusen kronor). Företagets kostnader för lokaler, material, personal m.m. var 3980 tkr.

Vi beräknar företagets resultat.

Resultatet = 4215 tkr – 3980 tkr = 235 tkr = 235 000 kr

Företagets resultat var en vinst på 235 000 kr.

Resultat = Intäkter – Kostnader

Ett positivt resultat innebär vinst.
Ett negativt resultat innebär förlust.

Resultat

Ett sätt att jämföra lönsamheten i olika företag är att beräkna vinstens andel av intäkterna. Den kallas vinstmarginal, och brukar anges i procent. Vinstmarginalen bör vara mellan 5% och 10% för att företaget ska ha en bra marginal.

Ett företag som går med förlust har en negativ vinstmarginal.

Vinstmarginal

$$\text{Vinstmarginal} = \frac{\text{Vinsten}}{\text{Intäkterna}}$$

För el- och installationsfirman i exempel 1 är vinstmarginalen

$$\frac{235}{4215} \approx 0,056 = 5,6\%$$

Exempel 2 Ett företag som arbetar med tillverkning av produkter i metall redovisar ett år följande:

Kostnader (Mkr)	
Inköp, ya maskiner	1,5
Övriga kostnader	3,5
Intäkter (Mkr)	
	4,2

Kostnaderna var (1,5 + 3,5) Mkr = 5 Mkr, men man fick bara in 4,2 Mkr i intäkter. Det kan verka som att företaget gick med förlust. Men om maskinerna kan användas i 5 år kan kostnaden fördelas lika på de 5 åren.

$$\text{Årskostnad för maskinerna} = \frac{1,5 \text{ Mkr}}{5 \text{ år}} = 0,3 \text{ Mkr/år}$$

Årskostnader och resultat i miljoner kronor blir då:

$$\text{Årskostnader} = 0,3 + 3,5 = 3,8$$

$$\text{Resultat} = 4,2 - 3,8 = 0,4$$

Det betyder en vinst med 0,4 miljoner kronor eller 400 000 kr.

1 Ett företag redovisar följande:

Intäkter (tkr)	3810
Kostnader (tkr)	3555

Beräkna företagets

a) resultat b) vinstmarginal.

2 En familj driver tillsammans en bensinstation med butik och verkstad.

Ett år redovisar de följande:

Intäkter (tkr)	6827
Kostnader (tkr)	
Handelsvaror	4018
Personal	2667
Övrigt	359

a) Beräkna företagets resultat.

b) Beräkna vinstmarginalen.

c) Med hur många procent måste kostnaderna minska för att resultatet ska vara ± 0 ?
(Vi antar att intäkterna är desamma).

3 En byggtreprenör med 9 anställda hade ett år intäkter på 12 379 474 kr. I företagets resultaträkning för året kan man läsa:

Rörelsekostnader i kr	
Råvaror	5 019 761
Personalkostnader	4 049 123
Övriga kostnader	1 596 340

Beräkna företagets

a) intäkt per anställd b) vinstmarginal.

4 Ett företags kostnader under året var 1,975 miljoner kr. Intäkterna var 2,34 miljoner kr. Företaget köpte vid början av året maskiner för 723 000 kr.

Beräkna företagets vinstmarginal för det andra året om maskinerna kan användas i 6 år och värdeminskningen är lika stor varje år.

Promille och ppm

När vi ska beskriva små andelar kan vi använda begreppen promille och ppm.

promille Promille anger tusendelar och 1 promille skrivs 1 ‰.

ppm ppm anger miljondelar och är en förkortning av engelskans ”parts per million”. ppm används ofta i samband med olika typer av gränsvärden.

$$1 ‰ = \frac{1}{1000} = 0,001 \quad 1 \text{ ppm} = \frac{1}{1000000} = 0,000001$$

Exempel 1 Vattenledningar till kök och badrum består främst av kopparrör. Vid användning kan små mängder koppar fällas ut i vattnet.

Gränsvärdet för koppar i dricksvatten är 2 ppm.

Vi beräknar den högsta tillåtna mängden koppar i 10 liter dricksvatten (1 liter vatten väger 1 kg):

$$2 \text{ ppm} = 0,000002$$

$$10 \text{ liter vatten väger } 10 \text{ kg} = 10000 \text{ g} = 10000000 \text{ mg}$$

$$2 \text{ ppm av } 10000000 \text{ mg} =$$

$$= 0,000002 \cdot 10000000 \text{ mg} = 20 \text{ mg}$$

Mängden koppar i 10 liter dricksvatten får högst vara 20 mg.



Exempel 2 En resistor har färgmärkning som visar resistans och maximal avvikelse från angivet värde. Avvikelsen kallas toleransen och anges i procent eller promille.

Resistorn i figuren är märkt med resistansen 660 ohm och toleransen $\pm 5 ‰$.

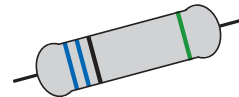
För resistorn gäller:

$$5 ‰ \text{ av } 660 \text{ ohm} = 0,005 \cdot 660 \text{ ohm} = 3,3 \text{ ohm}$$

$$\text{Lägsta resistans} = 660 \text{ ohm} - 3,3 \text{ ohm} = 656,7 \text{ ohm}$$

$$\text{Högsta resistans} = 660 \text{ ohm} + 3,3 \text{ ohm} = 663,3 \text{ ohm}$$

Resistansen kan variera mellan 656,7 ohm och 663,3 ohm.



1 Vid stålframställning tillsätts kol till järnmalm. När huvudbeståndsdelarna är kol och järn produceras olegerat stål, så kallat kolstål. I kolstål tillsätter man 2 promille kol till järnmalmen.

Hur mycket kol behövs till 2000 ton järnmalm?

2 Dragkrafter och tryckkrafter ger upphov till spänningar i stålkonstruktioner. En stång av stål med längden 8500 mm belastas och töjs så att den förlängs med 1 ‰.

Beräkna stångens nya längd.

3 En resistor är märkt med resistansen 260 ohm och toleransen $\pm 25 ‰$.

Beräkna resistorns

- lägsta resistans
- högsta resistans.

4



Vatten i hydrauloljesystemet på grävmaskiner kan orsaka stora problem. Därför finns ett gränsvärde på 200 ppm vatten i oljan som inte bör överstigas.

a) En grävare har en hydrauloljetank på 110 liter.

Bestäm gränsvärdet för mängden vatten i hydrauloljetanken.

b) En annan grävare med samma volym på hydrauloljetanken har efter en mätning 3,4 cl vatten i systemet.

Ger denna vattenmängd ett värde som ligger över eller under det tillåtna gränsvärdet?

5 En 3,65 m lång betongpelare påverkas av en tryckkraft och blir 2,2 mm kortare.

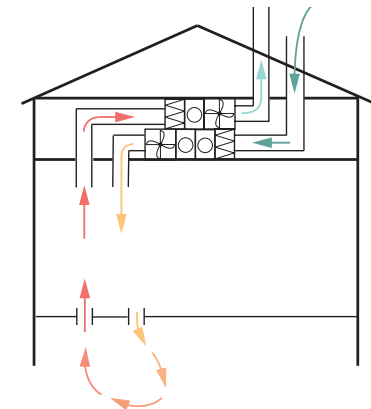
Med hur många promille förkortas pelaren?

6 Bly kan tillföras vårt dricksvatten genom berggrunden eller genom köksblandaren som kan innehålla en liten andel bly. Gränsvärdet för bly i dricksvattnet är 0,010 ppm.

Beräkna den högsta tillåtna mängden bly, i mikrogram (μg , i ett glas vatten (2 dl).

2 dl vatten väger 200 g = 200 miljoner μg .

7



Inomhusluften i olika lokaler regleras av ventilationssystemet. En bra inomhusluft har koldioxidhalt runt 1000 ppm.

I en lokal uppmättes halten av koldioxid till $1,27 \text{ g/m}^3$ luft.

Är detta över eller under gränsvärdet? (1 m^3 luft väger ca 1,3 kg)

8 Vid en service på en stor hjullastare dränerades hydrauloljetanken på 10 cl vatten. Detta innebär att vattenhalten i hydrauloljan sänktes till 100 ppm.

Hur många ppm vatten var det i hydrauloljetanken från början om tanken har en volym på 365 liter?

Underhållsservice och reparation

Efter gymnasieexamen kan du antingen välja att starta ett eget företag. Då behöver du kunna beräkna kostnader och intäkter för olika tjänster, t.ex. då du ska lämna en offert till en kund.

Exempel Du arbetar som fältmekaniker på ett företag som precis har tecknat ett avtal med ett transportföretag som har hjullastare, L180F, och dumper, A35E, i sin maskinpark. Du ska ansvara för underhållsservice och reparation av fordonen. Maskinerna ska servas var 500:e drifttimme.



Vi beräknar vinsten för en 500 h service på en dumper A35E:

I tabellerna visas materialkostnad och tidsåtgång för service av en dumper A35E.

A35E	500 h	1 000 h	2 000 h
Filtersats	•	•	•
Motorolja, 42 l	•	•	•
Axelolja, 104 l		•	•
Växellådsolja, 42 l		•	•
Bromskyloolja, 210 l		•	•
Hydraulolja, 245 l			•
Fördelningsväxellådsolja, 8,5 l			•

Material	Pris exkl. moms
A35E	
Filtersats 500 h	969,75 kr
Filtersats 1 000 h	3 809,25 kr
Filtersats 2 000 h	7 775,00 kr
Motorolja 20 l	646,40 kr
Växellådsolja 20 l	804,20 kr
Bromskyloolja 20 l	604,60 kr
Axelolja 20 l	726,00 kr
Hydraulolja 20 l	517,00 kr
Fördelningsväxellådsolja 20 l	726,00 kr

TIDLISTA	
Arbete	Tid (h)
A35E	
Underhållsservice 500 h	2,5
Underhållsservice 1 000 h	5,5
Underhållsservice 2 000 h	13,0

Olja säljs i 20-liters dunkar.
42 liter olja gör att du behöver 3 dunkar.

För att göra en vinst på ett servicejobb gör du ett pålägg på 30% på inköpspriset av material och du tar ut en arbetskostnad på 700 kr/h.

Materialkostnad
 $969,75 + 3 \cdot 646,40 \text{ kr} = 2\,908,95 \text{ kr}$

Pålägg på materialet
 $2\,908,95 \cdot 0,30 \text{ kr} = 872,69 \text{ kr}$

Arbetskostnad
 $2,5 \cdot 700 \text{ kr} = 1\,750 \text{ kr}$

Total vinst
 Pålägg på materialet + Arbetskostnad =
 $= 872,69 + 1\,750 \text{ kr} \approx 2\,623 \text{ kr}$

Vinsten, innan övriga omkostnader räknas av, blir på detta jobb 2 623 kr.



Tema

I tabellerna visas materialkostnad och tidsåtgång för service av en hjullastare L180F.

L180F	500 h	1 000 h	2 000 h
Filtersats	•	•	•
Motorolja, 42 l	•	•	•
Axelolja, 104 l		•	•
Växellådsolja, 42 l			•



Material	Pris exkl. moms
L180F	
Filtersats 500 h	969,84 kr
Filtersats 1 000 h	1 782,75 kr
Filtersats 2 000 h	4 572,75 kr
Motorolja 20 l	646,40 kr
Axelolja 20 l	604,60 kr
Växellådsolja 20 l	804,20 kr

TIDLISTA		
Arbete		Tid (h)
L180F		
Underhållsservice 500 h		2,5
Underhållsservice 1 000 h		4,0
Underhållsservice 2 000 h		5,5

- Använd tabellerna och beräkna vinsten på följande servicejobb.
 - En 500 h service på en L180F.
 - En 1 000 h service på en A35E.
- När ett arbete på en maskin utförs använder man en del förbrukningsmaterial såsom trasor, fett, papper m.m. Detta är en kostnad som inom den tunga fordonbranschen tillförs med 5% på arbetskostnaden. Vid underhållsservice tillkommer också en miljöavgift på 43 kr/service för hantering av gammalt filter och olja.
 - Beräkna priset ut till kund, exkl. moms, för en 2 000 h service på en dumper A35E.
 - Hur mycket större är vinsten på en 2 000 h service på en L180F jämfört med en 1 000 h service?

- En av hjullastarna börjar ladda dåligt så kunden vill att generator, rem och skiva ska bytas. Maskinen går i en mycket dammig miljö och därmed bör generatorfiltret samtidigt bytas ut för att spara på kolet i generatorm. Tabellen visar priset på material exkl. moms.

Generator	2 893,60 kr
Generatorrem	176,80 kr
Remskiva	356,80 kr
Generatorfilter	356,25 kr

 - Beräkna pris, exkl. moms, ut till kund för detta jobb om tidsåtgången är 1 h. Tänk på att lägga till en kostnad för förbrukningsmaterial.
 - Vad blir din vinst på detta jobb?

Tema

Alkohol och promille

- Exempel 1** Alkoholhalt anges i promille. Om någon har 0,5 promille (0,5 ‰), betyder det att mängden ren alkohol är 0,5 promille av den del av kroppsvikten som löser alkohol, vilket är ca 55% för kvinnor och ca 68% för män. Om kroppsvikten är 70 kg blir mängden ren alkohol hos
- ♀ en kvinna: $0,5\text{‰ av } 55\% \text{ av } 70 \text{ kg} = 0,0005 \cdot 0,55 \cdot 70 \text{ kg} \approx 19 \text{ g}$
- ♂ en man: $0,5\text{‰ av } 68\% \text{ av } 70 \text{ kg} = 0,0005 \cdot 0,68 \cdot 70 \text{ kg} \approx 24 \text{ g}$
- Exempel 2** En man och en kvinna som båda väger 75 kg dricker 35 cl vin (två glas) var. Alkoholhalten i vinet är 12%. Hur beräknar man promillehalten? Mängden ren alkohol: $12\% \text{ av } 35 \text{ cl} = 0,12 \cdot 35 \text{ cl} = 4,2 \text{ cl}$
 $4,2 \text{ cl alkohol väger } 4,2 \text{ cl} \cdot 7,9 \text{ g/cl} \approx 33,2 \text{ g}$
 Promillehalten för
- ♀ en kvinna: $\frac{33,2 \text{ g}}{0,55 \cdot 75000 \text{ g}} \approx 0,00080 = 0,80 \text{ promille}$
- ♂ en man: $\frac{33,2 \text{ g}}{0,68 \cdot 75000 \text{ g}} \approx 0,00065 = 0,65 \text{ promille}$
- Kvinnan får alltså en högre promillehalt än mannen då kroppsvikt och alkoholmängd är lika. Efter två glas vin får både mannen och kvinnan en promillehalt högt över gränsen för rattfylleri. I Sverige är gränsen 0,2 promille alkohol i blodet.

- En person dricker 2 burkar cider (50 cl) med alkoholhalten 5,2%. Beräkna
 - mängden ren alkohol i centiliter
 - mängden ren alkohol i gram
 - promillehalten om personen är en man som väger 80 kg
 - promillehalten om personen är en kvinna som väger 60 kg.
- Polisen mäter upp 1,2 promille alkohol i blodet hos en förare med kroppsvikten 70 kg. Hur många gram ren alkohol har den berusade föraren fått i sig om det är en
 - kvinna
 - man?
- En man som väger 65 kg och en kvinna som väger 90 kg dricker 150 cl folköl (tre burkar, 3,5%) var. Vem av dem får högst promillehalt?

Däck

Exempel Ett däck är märkt 205/55 R16. Bokstaven R står för radialdäck som är den vanligaste däcktypen idag.

Figuren visar vad de olika siffrorna betyder. Profilhållandet 55 % anger förhållandet mellan däckets höjd och bredd. Detta betyder att höjden är 55 % av bredden.

Vi beräknar däckets höjd:

$$\begin{aligned} &55\% \text{ av } 205 \text{ mm} = \\ &= 0,55 \cdot 205 \text{ mm} = 112,75 \text{ mm} \approx 113 \text{ mm} \\ &\text{Däckets höjd är } 113 \text{ mm.} \end{aligned}$$



- 1 Beräkna höjden på ett däck som är märkt
a) 195/60 R15 b) 185/65 R14

- 2 Vilket profilhållande har ett däck med
a) höjden 118 mm och bredden 215 mm
b) höjden 90 mm och bredden 225 mm?

- 3 När man byter däckdimension på en bil får den sträcka som ett hjul rullar på ett varv, rullningsomkretsen, inte avvika mer än $\pm 5\%$ från originaldäckets. Det påverkar bl.a. hastighets- och kilometermätaren.



Ett originaldäck på en Pontiac Grand Prix med märkningen 205/65 R 15 har rullningsomkretsen 2 034 mm.

Mellan vilka värden får rullningsomkretsen på ett utbytestjul variera?

- 4 Ett för lågt lufttryck i däcken gör att rullningsmotståndet ökar och därmed även bränsleförbrukningen.

20 % för lågt däcktryck ger en ökad bränsleförbrukning med 3 %.

- a) En lastbil har bränsleförbrukningen 4,25 liter/mil vid det rekommenderade däcktrycket 9,0 bar.

Vad blir bränsleförbrukningen om däcktrycket är 20 % för lågt?

- b) Mellan Kiruna och Stockholm är det 1 234 km.

Vad blir skillnaden i bränsleförbrukning på sträckan om lastbilen körs med rekommenderat lufttryck jämfört med 20 % för lågt lufttryck?

- c) Ett åkeri har en lastbil som går sträckan Kiruna – Stockholm i genomsnitt 180 gånger på ett år.

Beräkna extrakostnaden för åkeriet om lastbilen konstant körs med 20 % för lågt lufttryck och priset på diesel är 15 kr/liter.

Sant eller falskt?



Avgör om påståendena är sanna eller falska. Syftet är att utveckla förmågan att föra ett matematiskt resonemang. Motivera därför svaren med beräkningar och förklaringar.

Arbeta gärna i par eller grupp.

- 1 Fem tiondelar är lika mycket som femtio hundradelar.
- 2 Två tusendels meter kan skrivas 2 cm.
- 3 Talet 10 kan vara en produkt av två negativa tal.
- 4 Vikten 3,448 kg kan avrundas till 3,5 kg.
- 5 Tiden 0,25 h är detsamma som 25 minuter.
- 6 Effekten 800 kW kan skrivas 8 MW.
- 7 Talet 10^8 är dubbelt så stort som 10^4 .
- 8 Måttet 50 μm kan skrivas 0,5 mm.
- 9 När ett tal i bråkform förkortas blir värdet mindre.
- 10 Energimängden 100 kJ kan skrivas 0,1 MJ.
- 11 Skillnaden mellan $\frac{1}{3}$ h och $\frac{1}{5}$ h är 5 minuter.
- 12 Nivåskillnaden 6 cm på avståndet 2 m motsvarar en nivåskillnad på 3 %.
- 13 3,5 % av 1 000 kr är detsamma som 35 kr.
- 14 Andelen $\frac{1}{5}$ är densamma som 20 %.
- 15 Längden av en sträcka kan både öka och minska med 200 %.
- 16 Om priset på en vara är proportionellt mot vikten, kostar då 750 g tre gånger så mycket som 1/4 kg.

Sammanfattning 1

Räknesätt

Addition

$$14 + 3 = 17 \quad \text{term} + \text{term} = \text{summa}$$

Subtraktion

$$17 - 3 = 14 \quad \text{term} - \text{term} = \text{differens}$$

Multiplikation

$$6 \cdot 3 = 18 \quad \text{faktor} \cdot \text{faktor} = \text{produkt}$$

Division

$$18/3 = 6 \quad \text{täljare/nämnare} = \text{kvot}$$

Räkneordning

I uttryck med flera räknesätt beräknar man

- 1 först parenteser
- 2 sedan potenser
- 3 därefter multiplikationer och divisioner
- 4 sist additioner och subtraktioner

Exempel:

$$2 \cdot (2 + 1)^2 - 5 = 2 \cdot 3^2 - 5 = 2 \cdot 9 - 5 = 18 - 5 = 13$$

Negativa tal

Addition och subtraktion

$$2 - 5 + 1 = -3 + 1 = -2$$

$$-3 + (-2) = -3 - 2 = -5$$

$$7 - (-5) = 7 + 5 = 12$$

Multiplikation

$$5 \cdot (-3) = (-5) \cdot 3 = -5 \cdot 3 = -15$$

$$(-2) \cdot (-7) = 2 \cdot 7 = 14$$

Division

$$\frac{15}{-3} = \frac{-15}{3} = -\frac{15}{3} = -5$$

$$\frac{-8}{-2} = \frac{8}{2} = 4$$

Tal i decimalform

$$0,3 = 3 \text{ tiondelar}$$

$$0,06 = 6 \text{ hundradelar}$$

$$0,002 = 2 \text{ tusendelar}$$

0,17 kan utläsas 17 hundradelar eller 1 tiondel och 7 hundradelar.

Avrundning

Om första siffran efter avrundningssiffran är

- 0, 1, 2, 3 eller 4 behåller vi avrundningssiffran.
- 5, 6, 7, 8 eller 9 höjer vi avrundningssiffran.

Exempel:

$$274,3 \text{ kg} \approx 274 \text{ kg} \quad (\text{avrundat till heltal})$$

$$63,148 \text{ m} \approx 63,15 \text{ m} \quad (\text{avrundat till hundradelar})$$

$$3,54 \text{ m} \approx 3,5 \text{ m} \quad (\text{avrundat till två siffrors noggrannhet})$$

Överslagsräkning

Vid överslagsräkning byter man ut de givna talen mot närliggande tal som gör att beräkningarna blir lättare att göra i huvudet.

$$11\,873 + 16\,291 \approx 12\,000 + 16\,000 = 28\,000$$

$$\frac{238}{5,9} \approx \frac{240}{6} = 40$$

$$3,78 \cdot 93,7 \approx 4 \cdot 90 = 360$$

Enhetsbyten

$$1 \text{ liter} = 10 \text{ dl} = 100 \text{ cl} = 1\,000 \text{ ml}$$

$$1 \text{ m} = 10 \text{ dm} = 100 \text{ cm} = 1\,000 \text{ mm}$$

$$1 \text{ kg} = 10 \text{ hg} = 1\,000 \text{ g}$$

$$1 \text{ timme} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ sek}$$

Potenser och tiopotenser

2^3 är ett tal i potensform med basen 2 och exponenten 3.

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Tal i potensform med basen 10 kallas tiopotens.

Stora och små tal kan enkelt skrivas med tiopotenser.

$$\text{En miljon} = 1\,000\,000 = 10^6$$

$$\text{En tusendel} = \frac{1}{1\,000} = 0,001 = 10^{-3}$$

$$7\,500\,000 = 7,5 \cdot 10^6$$

$$0,002 = 2 \cdot 10^{-3}$$

Tal i bråkform

Förkortning (med 7)

$$\frac{21}{49} = \frac{21/7}{49/7} = \frac{3}{7}$$

Förlängning (med 7)

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 7}{9 \cdot 7} = \frac{35}{63}$$

Med förhållandet mellan två tal menas kvoten av talen. Förhållandet mellan 150 och 200 är

$$\frac{150}{200} = \frac{3}{4}$$

Förhållandet $3/4$ skrivs ofta $3:4$.

Addition/subtraktion av bråk med samma nämnare

$$\frac{7}{4} + \frac{2}{4} = \frac{7+2}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4} \quad \left(\frac{8}{4} = 2\right)$$

Bråkform

Blandad form

Addition/subtraktion av bråk med olika nämnare

Bråken förlängs så att de får samma nämnare.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

Multiplikation

$$3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{2}{3} \text{ av } 270 \text{ kr} = \frac{2}{3} \cdot 270 \text{ kr} = \frac{2 \cdot 270}{3} \text{ kr} = 180 \text{ kr}$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 7} = \frac{3}{28}$$

Procent

$$1 \text{ procent} = 1\% = 1 \text{ hundradel} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$1 \text{ promille} = 1\text{‰} = 0,001$$

$$100\% = \text{det hela}$$

$$50\% = \text{hälften}$$

$$25\% = \text{en fjärdedel}$$

$$10\% = \text{en tiondel}$$

Andelen, delen och det hela



Vi söker andelen

$$\text{Andelen} = \frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}} = \frac{30 \text{ kr}}{200 \text{ kr}} = 0,15 = 15\%$$

Vi söker delen

$$\text{Delen} = \text{Andelen} \cdot \text{Det hela} = 0,15 \cdot 200 \text{ kr} = 30 \text{ kr}$$

Vi söker det hela

$$\text{Det hela} = \frac{\text{Delen}}{\text{Andelen}} = \frac{30 \text{ kr}}{0,15} = 200 \text{ kr}$$

Prefix

Stora och små tal kan skrivas med hjälp av tiopotenser eller prefix.

$$2 \text{ miljarder byte} = 2\,000\,000\,000 \text{ B} = 2 \cdot 10^9 \text{ B} = 2 \text{ TB (terabyte)}$$

$$5 \text{ miljoner watt} = 5\,000\,000 \text{ W} = 5 \cdot 10^6 \text{ W} = 5 \text{ MW (megawatt)}$$

$$4 \text{ tusendels gram} = 0,004 \text{ g} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ g} = 4 \text{ mg (milligram)}$$

$$8 \text{ miljondels meter} = 0,000\,008 \text{ m} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 8 \text{ } \mu\text{m (mikrometer)}$$

Beteckning	T	G	M	k	h
Namn	tera	giga	mega	kilo	hekto
Tiopotens	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2

Beteckning	d	c	m	μ	n	p
Namn	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Proportionalitet

Om priset fördubblas när mängden fördubblas, så är priset proportionellt mot mängden.

I ett diagram motsvaras en proportionalitet av en rät linje genom origo.

Kan du det här?

Delkapitel	BEGREPP	PROCEDUR
1.1 Tal i olika former	<p>Addition, subtraktion, multiplikation och division</p> <p>Summa, differens, produkt, kvot, term, faktor, täljare och nämnare</p> <p>Negativa tal, minustecken</p> <p>Tiondel, hundraedel och tusendel</p>	<ul style="list-style-type: none"> beräkna värdet av ett uttryck som innehåller flera räknesätt, parenteser och potenser beräkna värdet av ett uttryck som innehåller negativa tal beräkna värdet av ett uttryck som innehåller tal i decimalform.
1.2 Tal och beräkningar	<p>Avrunda, närmevärde och noggrannhet</p> <p>Överslagsräkning</p> <p>Enhet</p> <p>Prefix och tiopotens</p>	<ul style="list-style-type: none"> använda avrundningsreglerna göra en enkel överslagsräkning omvandla mellan olika enheter tolka och använda prefix och tiopotenser.
1.3 Andelar och förhållanden	<p>Bråkform, förlänga och förkorta</p> <p>Andel och förhållande</p> <p>Procent och promille</p> <p>Andelen, delen och det hela</p> <p>Proportionalitet</p>	<ul style="list-style-type: none"> skriva och jämföra tal i bråkform beräkna summa, differens och produkt av tal i bråkform växla mellan bråkform och procentform beräkna andelen, delen och det hela med hjälp av procent använda proportionella samband vid beräkningar.

Testa dig själv 1

1.1 Tal och beräkningar

- Beräkna
 - $9 - 3 \cdot 2$
 - $1 + 3^2$
- Beräkna och avrunda till heltal.
 - $\frac{48,7 + 24,8}{2,3}$
 - $\frac{35}{0,7 - 0,25}$
- Beräkna
 - $5 - (-2)$
 - $5 - 3 \cdot (-2)$
- På en ritning är ett mått 48,36 mm. Ange det mått som är
 - åtta hundraedels millimeter större
 - fem tiondels millimeter mindre.
- Beräkna
 - $10 \cdot 0,5$ mm
 - $0,5$ mm $- 0,05$ mm
 - $4 \cdot 0,05$ mm
 - $0,5 \cdot 0,8$ mm
- Första året gjorde ett nystartat företag en vinst på 4,25 miljoner kr. Andra året var vinsten 850 000 kr mindre. Hur stor var vinsten andra året?

1.2 Mer om tal och beräkningar

- Vilket är det bästa alternativet till $27 \cdot 83,50$ kg? Välj mellan

1 700 kg	2 400 kg	2 900 kg	3 300 kg
----------	----------	----------	----------
- Skriv massan 6,5 g i enheten
 - kg
 - mg
- Vilket tal ska stå i rutan?
 - Effekten 50 kW = \square W
 - Energien 3,5 MJ = \square J
 - Tiden 4 μ s = \square s
 - Datamängden 2,5 TB = \square GB

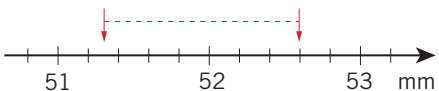
1.3 Andelar och förhållanden

- 24 kg koppar och 6 kg tenn smälts samman till en bronslegering.
 - Bestäm andelen av varje metall i legeringen. Svara i enklaste bråkform.
 - Bestäm förhållandet mellan mängden tenn och mängden koppar i legeringen.
- Beräkna
 - $4 \cdot \frac{1}{12}$ h
 - $\frac{1}{2}$ h $- \frac{1}{6}$ h
- Resistorer är elektriska komponenter som också kallas motstånd. En resistor är märkt med resistansen 220 ohm och toleransen 5%. Mellan vilka värden kan resistansen ligga?
- En förpackning låsolja med volymen 40 ml kostar 49 kr.
 - Av försäljningspriset är 20% moms. Beräkna momsen i kronor.
 - Vid ett tillfälle säljs oljan för extrapriset 39 kr. Hur många procent av det ordinarie priset motsvarar prissänkningen?
 - Vad är priset per liter när oljan säljs till ordinarie pris?
- Priset på lösgodis är proportionellt mot vikten.
 - Fyll i det som saknas i tabellen.

Vikt, hg	Pris, kr
	26,70
5	44,50
9	
 - Vad är jämförpriset på lösgodis? Svara i kronor per kilogram (kr/kg).

Blandade övningar 1

1 Utan digitala verktyg

- Skriv längden 12,5 cm i enheten
a) meter b) millimeter.
- Skriv i procentform.
a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{3}{4}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{10}$
- Hur mycket är
a) 10% av 25 000 kr b) 20% av 6 000 m?
- Hur lång är sträckan mellan de två pilarna?

- Beräkna
a) $12 - 3 \cdot 2$ c) $-2,5 - (-1,5)$
b) $0,15 + 0,5$ d) $\frac{200 + 280}{200 - 280}$
- En liten färgburk innehåller $\frac{1}{3}$ liter.
Hur många liter färg finns det i en förpackning med 12 burkar?
- Hur många minuter är
a) 0,5 h b) 0,75 h c) 0,1 h?
- Andreas har 4 km till skolan.
Hur många minuter tar det för honom att cykla till skolan om han håller en medelfart på 16 km/h? (NP)
- Hur många MW är
a) 8 000 000 W c) 380 000 000 W
b) 1 500 000 W d) 600 000 W?
- Promille, ‰, betyder tusendelar och ppm betyder miljondelar. Skriv i decimalform
a) 4 ‰ b) 15 ‰ c) 8 ppm

- Vilka av bråken ligger mellan $\frac{1}{2}$ och 1? Motivera ditt svar.

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{9}{4} \quad \frac{52}{100} \quad \frac{19}{40}$$

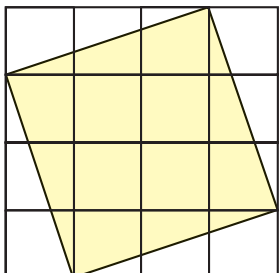
- 3% av en vägsträcka är 60 m. Hur lång är hela vägsträckan?
- Vilket är det bästa alternativet till $425 \cdot 28$ mm? Motivera ditt svar.
4 m 6 m 8 m 12 m 16 m
- Vilket tal ska stå i rutan?
a) Effekten 2,5 kW = \square W
b) Datamängden 0,5 MB = \square B
c) Tjockleken 2 μ m = \square m
- Tabellen visar ett proportionellt samband mellan vikt och pris.

Vikt i kg	Pris i kr
1	
3	36
	60

Vilka två tal fattas i tabellen?

- Du vet att $\frac{79,8}{3,5} = 22,8$.
Vad är $\frac{79,8}{0,35}$?
- Av 50 m kabel på en rulle användes 20 m till ett jobb, 25 m till ett annat jobb och resten blev spill.
a) Hur många procent av kabeln blev spill?
b) Beräkna förhållandet mellan den del av kabeln som blev spill och den del som användes.

2

- Skriv talen utan prefix
a) Effekten hos bilens motor är 75 kW.
b) Det är 200 mg kalcium i ett glas mjölk.
c) Solfångaren ger 2,5 GWh per år.
d) Väteatomens diameter är 0,1 nm.
- Vilket tal ska stå i rutan?
 $2 \cdot 100 = \frac{20}{\square}$
- Vad är hälften av
a) 0,1 b) $\frac{2}{6}$ c) $\frac{3}{4}$?
- Skriv med hjälp av ett prefix.
a) Effekten är $3 \cdot 10^6$ W.
b) Tiden är 0,005 s.
- För en bränsletillsats rekommenderas 5 ml till 1 liter bensin. Till hur många liter bensin räcker 1 dl av denna bränsletillsats?
- a) Skriv ett bråk som anger hur stor andel av figuren som är färgad respektive ofärgad.
b) Bestäm förhållandet mellan den ofärgade och den färgade delen av figuren.

- På en målad detalj är färgtjockleken 0,3 mm, inklusive ett lager rostskyddsgrundfärg som är 60 μ m (mikro = miljondel).
Hur många procent av färgtjockleken är rostskyddet?

- Vilket värde har x?

a) $480\,000 = 4,8 \cdot 10^x$
b) $0,007 = 7 \cdot 10^x$

- I ett företag arbetar en grupp på 30 personer med ett projekt. Beräknad tid för projektet är 60 dagar. När gruppen arbetat i 10 dagar beslutar företagets ledning att projektet ska bli klart 20 dagar tidigare än vad som först bestämdes.
Med hur många personer måste projektgruppen utökas?

- Visa att skillnaden mellan $\frac{3}{5}$ h och $\frac{7}{12}$ h är 1 minut.

3

- Beräkna produkten.

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6}\right)$$

- En golvläggare delar upp ett arbete i tre etapper.

I den första etappen utförde han 24% och under den andra utförde han 40% av det totala arbetet.

Hur många kvadratmeter lade han under den tredje etappen om han lade 30 m² under den första?



1 Med digitala verktyg



Av stålet som användes till bygget av Öresundsbron var 140 000 ton armeringsstål och 80 000 ton var konstruktionsstål.

Hur många viktprocent av stålet var konstruktionsstål?

31 Beräkna och avrunda till en decimal.

a) $\frac{2\,975}{8 \cdot 25}$ b) $\frac{87 \cdot 26 + 16}{89 - 9 \cdot 6}$

32 Päivi får 2 176 kr för 16 timmars arbete.

- a) Hur mycket får hon för 20 timmars arbete?
b) Hur många timmar måste hon arbeta för att få 5 000 kr?

33 En mobiltelefon har en skärm där diagonalen är 5,0 tum eller 12,7 cm. En annan mobiltelefon har en skärm där diagonalen är 17,8 cm. Hur många tum motsvarar detta mått?

34 Sverker ska blanda kakelfog enligt följande recept:

- 1 kg kakelfog
- 50 ml fogförstärkare
- 2,5 dl vatten

När Sverker ska börja blanda märker han att han bara har 800 g kakelfog.

Hur mycket fogförstärkare och vatten ska han ta?

35 Vinstmarginalen = $\frac{\text{Vinsten}}{\text{Intäkterna}}$

Beräkna vinstmarginalen i procent för ett företag med vinsten 630 000 och intäkterna 5,25 miljoner kr.

36 Materialkostnaden för en tillverkad detalj är 94 kr/kg. Bestäm materialkostnaden om detaljen väger

- a) 2 kg c) 1,4 kg
b) 0,5 kg d) 850 g

37 Rickards timlön är 127% av medellönen som är 140 kr/tim.

Beräkna Rickards timlön.

38 I USA används enheten hp (horsepower) som inte är exakt samma som hk (hästkraft) som vi ibland använder i Sverige.

I data för en motor anges effekten till 140 hk eller 138 hp. En annan motor är bara märkt 300 hp.

Hur många hk motsvarar det?

39 Nils uppskattar att ett arbete i tre moment ska ta: 50 min + 40 min + 20 min.

Vilken uppskattad total arbetskostnad ger det om arbetskostnaden är 460 kr/timme?

40 Promille betyder tusendel.

a) En stång med diametern 120 mm får högst vara 0,15 mm för tjock.

Hur många promille är det?

b) En bensinpump får visa högst 5 promille fel.

Mellan vilka värden kan den visa när du tankat 50 liter?

41 På en faktura står följande kostnader:

Arbete:	3,5 h à 680 kr/h
Material:	1 720 kr
Miljöavgift:	140 kr
Moms:	25 %

Vilket pris ska kunden betala?

42 När Jeremy dansar förbrukar han energin 30 kJ/min.

Hur länge ska han dansa för att förbruka energimängden i 50 cl läsk, som är 0,7 MJ?

2

43 Tabellen visar antalet anställda samt antal producerade enheter för ett industriföretag.

	Antal anställda	Antal enheter
År 1	60	267 000
År 2	82	433 000

- a) Jämför antal producerade enheter per anställd år 1 och år 2.
b) Anta att produktionen är proportionell mot antal anställda. Hur många anställda hade det krävts år 1 för att klara samma produktion som år 2?

44 Kugghjul finns i många maskiner och växel-lådor. När hjul med olika antal kuggar sätts ihop får man en utväxling.



Utväxlingsförhållandet är kvoten av antal kuggar på det drivna hjulet och antal kuggar på det drivande hjulet.

- a) Beräkna utväxlingsförhållandet när det drivande hjulet har 8 kuggar och det drivna kugghjulet har 16 kuggar.
b) I en kuggväxel har det drivande kugghjulet 12 kuggar.
Hur många kuggar har det drivna kugghjulet om utväxlingsförhållandet är 2:3?

45 Ett vindkraftverk kan ge 10 GWh per år. En kärnkraftsreaktor kan ge 8 TWh per år. Hur många vindkraftverk av denna typ motsvarar en kärnkraftsreaktor?

46 Vid en motorväg mättes halten av giftig kväveoxid till 0,2 mg/m³ luft.

Beräkna andelen kväveoxid i luften. Svara i miljondelar (ppm). (1 m³ luft väger ca 1,3 kg)

47 Ett företag ska köpa in en ny maskin och jämför två olika alternativ.

	Maskin A	Maskin B
Inköpskostnad	1 000 000 kr	600 000 kr
Beräknad livslängd	5 år	4 år
Driftskostnad	1,50 kr/detalj	2,50 kr/detalj
Underhållskostnad	20 000 kr/år	35 000 kr/år

a) Beräkna värdeminskningen per år (inköpskostnad/livslängd) för de två olika maskinerna.

Vilken maskin ger minsta totala årskostnad om företaget varje år beräknas producera

- b) 30 000 detaljer
c) 40 000 detaljer?
d) Vid vilken årsproduktion (antal detaljer) är den totala årskostnaden densamma för de två maskinerna?

3

48 Tre åkerier **A**, **B** och **C** har åtagit sig att tillsammans köra sprängsten från ett vägbygge.

- Åkeri **A** har 8 bilar i arbete under 9 dagar.
- Åkeri **B** har 9 bilar i arbete under 7 dagar.
- Åkeri **C** har 6 bilar i arbete under 10 dagar.

Hur stor andel av intäkterna bör vart och ett av åkerierna ha?

49 Armin körde sin lastbil med hastigheten 90 km/h. Han tog en paus när han hade kört 216 km. När han hade kört i ytterligare 30 minuter hade han en fjärdedel av den totala sträckan kvar.

Hur lång var den totala körsträckan?

50 Hur många siffror är det i talet 10²⁰ när det skrivs utan tiopotens?

SVAR

Kapitel 1

- 1103** a) 23 c) 16
b) 43 d) 0
- 1104** a) 29 c) 54
b) 18 d) 19
- 1105** a) 1 c) 11
b) 6 d) 4
- 1106** a) 66 b) 2
- 1107** a) 59
b) Hon ska beräkna täljaren och nämnaren innan divisionen utförs. Det gör hon inte.
c) 6
Lösning:
Metod 1
Beräkna täljaren och nämnaren innan divisionen utförs.
$$\frac{42 + 18}{2 + 8} = \frac{60}{10} = 6$$

Metod 2
Skriv parenteser runt täljaren respektive nämnaren.
$$\frac{42 + 18}{2 + 8} = \frac{(42 + 18)}{(2 + 8)} = 6$$
- 1108** a) 480 kr/h
b) Kostnaden är 1 550 kr.
c) Kostnaden är 3 470 kr.
d) Genomsnittspriset är 550 kr/h.
- 1109** a) 5 b) 42
- 1110** a) 18 b) 36
- 1111** a) 45
b) Eric använder likhetstecknen på ett felaktigt sätt.
c) $2 \cdot 5^2 - 5 = 2 \cdot 25 - 5 = 50 - 5 = 45$
- 1112** a) Effekten är 2 000 watt.
b) Effekten är 400 watt.
c) Effekten är 450 watt.

- 1113** a) 4
Ledtråd:
Beräkna 120/30
b) 2
- 1114** a) Vid subtraktion, t.ex.
 $8 - 6 = 2$, gäller att term - term = differens.
b) Vid multiplikation, t.ex.
 $3 \cdot 5 = 15$, gäller att faktor · faktor = produkt.
c) Vid division, t.ex.
 $\frac{20}{5} = 4$, gäller att $\frac{\text{täljare}}{\text{nämnare}} = \text{kvot}$.
- 1115** a) 19
b) 22
Lösning:
 $(8 - 4)^2 + 3 \cdot 2 = 4^2 + 3 \cdot 2 = 16 + 6 = 22$
c) 19
Ledtråd:
Beräkna potensen först.
d) 13
e) 11
Lösning:
 $(8 - 2)^2 / 3 - 1 = 6^2 / 3 - 1 = 36 / 3 - 1 = 12 - 1 = 11$
- 1116** a) Rörelseenergin är 375 000 joule.
b) Rörelseenergin är 93 750 joule.
- 1117** a) 5 b) 5
- 1118** a) 28 b) 13 c) 28
- 1119** a) T.ex. $(2 \cdot 3^2 + 3) \cdot 4 = 84$
b) 42, 84 och 96
- 1120** a) 361, 362, 363 osv.
Ledtråd:
 $\frac{a}{10}$ är större än 36.
b) 39, 38, 37.... 3, 2, 1
c) 41, 42, 43 osv.
d) 119, 118, 117.... 3, 2, 1

- 1123** a) -5 °C b) -2 °C c) -7 °C
- 1124** -4
- 1125** a) -2 b) -8 c) 2
- 1126** a) -6 b) -6 c) -10
- 1127** a) Saldot är 0 kr.
b) Saldot är 50 kr.
c) Saldot är -100 kr.
d) Saldot är -650 kr.
- 1128** a) $5 + (-2) = 5 - 2 = 3$
b) $-5 + (-2) = -5 - 2 = -7$
c) $5 + (-7) = 5 - 7 = -2$
- 1129** a) $8 - (-2) = 8 + 2 = 10$
b) $-9 - (-5) = -9 + 5 = -4$
c) $-4 - (-6) = -4 + 6 = 2$
- 1130** -12 ska minskas med 5. Resultatet blir -17.
Kalle tänker nog:
Två minustecken intill varandra kan ersättas med ett plustecken. Minustecknen står inte intill varandra.
-12 - 5 innebär att vi utgår från -12 och minskar talet med 5. Resultatet blir ett ännu mindre tal, -17.
- 1131** a) -63 c) 12
b) -3 d) -1
- 1132** a) -17
b) -4
c) -6
Ledtråd:
Skriv om uttrycket. Ersätt - (-) med +
d) 7
e) -18
f) -1
- 1133** a) Det negativa talet -18.
b) Det positiva talet 8.
c) Det positiva talet 19.
d) Det negativa talet -2.

- 1134 a) -10
b) -20
Lösning:
 $10 + (-5) \cdot 6 = 10 + (-30) = 10 - 30 = -20$
- c) 11
d) -20
- 1135 a) 5
Lösning:
Summan av de två talen dividerat med 2 ger medelvärde.
 $\frac{3+7}{2} = \frac{10}{2} = 5$
- b) 2
c) 1
d) -5
e) -2,5
f) -14
- 1136 a) -3
Lösning:
 $14 - 3^2 - 4 \cdot 2 = 14 - 9 - 8 = -3$
- b) 31
Lösning:
 $14 + (-3)^2 - 4 \cdot (-2) = 14 + 9 + 8 = 31$
- c) -11
Lösning:
 $14 - (-3)^2 - 4 \cdot (-2) = 14 - 9 - 4 \cdot 4 = 14 - 9 - 16 = -11$
- 1140 a) 0,03 = 3 hundra delar
b) 0,7 = 7 tiondelar
c) 0,002 = 2 tusendelar
d) 0,95 = 95 hundra delar eller 0,95 = 9 tiondelar och 5 hundra delar
- 1141 a) 4 hundra delar = 0,04
b) 24 hundra delar = 0,24
c) 5 tiondelar = 0,5
d) 1 tiondel = 0,1
- 1142 a) 0,07 är 7 hundra delar
b) 0,20 är 20 hundra delar
c) 0,6 = 0,60 är 60 hundra delar

- 1143 a) 7,08 m 7,1 m 7,18 m 7,2 m
b) 0,099 m 0,805 m 0,87 m 0,9 m
- 1144 a) 2,3 kg b) 0,7 kg
- 1145 a) 1,5 mm c) 0,5 mm
b) 0,15 mm d) 0,35 mm
- 1146 a) 0,8
Ledtråd:
Multiplikationen först.
b) 1,7
c) 0,58
Lösning:
 $2 \cdot 0,3 - 0,02 = 0,6 - 0,02 = 0,60 - 0,02 = 0,58$
d) -0,4
- 1147 a) 56,56 s c) 56,41 s
b) 56,83 s d) 55,94 s
- 1148 a) 0,60 = 60 hundra delar eller 0,60 = 0,6 = 6 tiondelar
b) 0,072 = 72 tusendelar eller 0,072 = 7 hundra delar och 2 tusendelar
- 1149 a) $a = 0,05$ c) $a = 3$
b) $a = 0,3$ d) $a = 0,3$
- 1150 a) E 300 000 kr
b) F 500 000 kr
- 1151 a) $a = 4$
b) $a = 10$
c) $a = 200$
- 1152 a) 0,9 mm
Ledtråd:
Beräkna medelvärdet.
b) 0,025
c) 0,11
- 1153 a) 0,09
b) 0,009
c) 0,016

- 1154 a) Bromssträckan är 45 m.
b) 60 m
c) Bromssträckan är fyra gånger längre.
Ledtråd:
Bromssträckan vid 100 km/h är 80 m.
Bromssträckan vid 50 km/h är 20 m.
- 1203 a) 9,81 kg \approx 10 kg
b) 12,49 kg \approx 12 kg
c) 36,5 kg \approx 37 kg
- 1204 a) 1,473 m \approx 1,5 m
1,846 m \approx 1,8 m
b) 1,473 m \approx 1,47 m
1,846 m \approx 1,85 m
- 1205 a) 36 376 \approx 36 000
b) 41 936 \approx 42 000
c) 19 563 \approx 20 000
d) 30 512 \approx 31 000
- 1206 a) 51,5 g 51,7 g 51,9 g
b) Medelvärdet är 51,7 g.
Lösning:
Medelvärdet = $\frac{51,47 + 51,73 + 51,85}{3} \approx 51,7$
- 1207 A 130 kr per liter.
B 120 kr per liter.
C 95 kr per liter.
- 1208 Man bör avrunda längderna uppåt. Annars blir de för korta.
- 1209 a) Arealen är 38,9 m².
b) 4 färgburkar ska köpas.
Ledtråd:
Om 1 liter räcker till 4 m² så behövs 9,7 liter till taket.
- 1210 a) Ca 1 300 ton/dygn.
b) Ca 70 kg per anställd och timme.

- 1211 Vågen kan ha visat:
3445 g 3375 g 3430 g
Motivering:
Vikterna ovan avrundas alla till 3,4 kg. Övriga vikter avrundas till 3,3 kg eller 3,5 kg.
- 1212 Det behövs 8 maskiner.
Ledtråd:
På en dag tillverkar en maskin 800 enheter.
Antal maskiner måste vara ett heltal.
- 1213 a) Volymen är ca 31 000 cm³.
Vikten är ca 15 kg (14,7 kg).
b) Volymen är ca 1 400 cm³ (1 400 000 mm³).
Vikten är ca 12 kg (11,9 kg).
- 1216 a) 1300
b) 5 900 eller 6000
c) 4 100 eller 4000
d) 600
- 1217 a) 45 c) 7
b) 180 d) 20
- 1218 a) Kostnaden är ca 810 kr.
Ledtråd:
Avrunda till 430 kr + 380 kr.
b) Skillnaden är ca 310 kr.
c) Vikten är ca 400 · 7 kg = 2800 kg.
d) Längden är ca 600/3 mm = 200 mm.
- 1219 a) Timlönen är ca 130 kr/h.
b) Det korrekta värdet är 129 kr/h.
Överslaget
 $\frac{2709}{21} \approx \frac{2600}{20} = 130$
ger ett mycket bra resultat.
- 1220 Närmast ligger
a) 1 000 kg (överslag 600 + 300 + 100 kg)
b) 2 700 kr (överslag 90 · 30 kr)
c) 20 mm (överslag 1 600/80 mm)

- 1221 Nej, han har räknat fel.
Motivering:
Överslag $\approx 400 \cdot 300$ kr = 120 000 kr
- 1222 Intäkterna var ca 400 000 kr.
Ledtråd:
Överslag $\approx 1000 \cdot 400$ kr
- 1223 a) Golvytan är ca 600 m².
b) Volymen är ca 2 400 m³.
- 1224 Nej, det är inte korrekt.
Motivering:
12 · 4475 är mindre än 12 · 5000 = 60 000
Hyran kan inte vara drygt 60 000 kr, den är mindre än 60 000 kr.
- 1225 Han springer ca 150 mil per år.
Ledtråd:
Han springer ca 3 mil per vecka i ca 50 veckor.
- 1226 Bästa alternativet är 200 000 kr.
Motivering:
Vinsten är ca 1,6 miljoner kr = 1 600 000 kr.
1 600 000 kr / 8 = 200 000 kr
- 1227 Det bästa alternativet är B.
Motivering:
Vid multiplikation får vi ofta ett bra närmevärde om vi avrundar något tal uppåt och något tal nedåt.
- 1228 Det går åt 5 säckar.
Ledtråd:
1850 · 25 g \approx 2000 · 25 g = 50 000 g = 50 kg
- 1229 Wilmas påstående är korrekt. Jennys påstående är fel.
Vid subtraktion och division blir felet ibland mindre om båda talen avrundas uppåt eller om båda talen avrundas nedåt.
- 1233 a) 5 km = 5 000 m
b) 7 dm = 700 mm
c) 28 mm = 2,8 cm
d) 128 mm = 0,128 m
- 1234 a) 3 kg = 3 000 g
b) 600 g = 0,6 kg
c) 25 cl = 0,25 l
d) 5,2 l = 5 200 ml
- 1235 a) 7 dygn = 168 h
b) 6,5 min = 390 s
c) 15 min = 0,25 h
d) 0,4 h = 24 min
- 1236 a) 3 l = 300 cl
b) 25 cl = 0,25 l
c) 0,48 l = 4,8 dl
d) 650 ml = 0,65 l
- 1237 a) 3,5 hg = 350 g
b) 0,8 kg = 800 g
c) 75 mg = 0,075 g
- 1238 a) 11 kannor
b) 13 kannor
c) 40 kannor
- 1239 500 ml = 5 dl = 1/2 liter
5 cl = 50 ml = 0,5 dl
- 1240 2500 mg, 0,01 kg, 0,15 hg, 20 g
Ledtråd:
Omvandla vikterna till gram.
- 1241 Det går åt 400 plattor.
- 1242 a) 8 hk \approx 5900 W = 5,9 kW
b) 1000 W \approx 1,4 hk
- 1243 a) Medelhastigheten är 84 km/h.
Ledtråd:
Sträckan = 147 km
Tiden = 1,75 h
b) Medelhastigheten är 72 km/h.
Ledtråd:
Sträckan på 1 sekund är 20 m.
1 h = 3 600 s
- 1244 Skillnaden är 50 mikrometer.
- 1245 a) Det går åt ca 200 liter betong.
Ledtråd:
Omvandla måtten till dm.
b) 13 säckar betong ska köpas.
- 1250 a) 10³ = 1000
b) 4 · 10³ = 4000
c) 4,5 · 10³ = 4500
d) 4,8 · 10⁶ = 4 800 000

- 1251 a) 10^2 c) 10^9
b) 10^7 d) 10^3
- 1252 a) 1 100 b) 9 000
- 1253 a) 8 000
b) 800 000
c) 7 000 000
Ledtråd:
 $2000000 + 5000000$
- 1254 a) $20000 = 2 \cdot 10^4$
b) $2000000 = 2 \cdot 10^6$
c) $25000 = 2,5 \cdot 10^4$
d) $2800000 = 2,8 \cdot 10^6$
- 1255 a) $10^{-3} = 0,001$
b) $5 \cdot 10^{-3} = 0,005$
c) $10^{-5} = 0,00001$
d) $4,1 \cdot 10^{-5} = 0,000041$
- 1256 $5 \cdot 10^2$ är störst.
Motivering:
 $5 \cdot 10^2 = 500$
 $8 \cdot 10^{-6} = 0,000008$
- 1257 a) Ett hundra = $100 = 10^2$
b) En hundradel = $0,01 = 10^{-2}$
c) Ett tusen = $1000 = 10^3$
d) En tusendel = $0,001 = 10^{-3}$
- 1258 a) $0,04 = 4 \cdot 10^{-2}$
b) $0,00003 = 3 \cdot 10^{-5}$
c) $0,00000065 = 6,5 \cdot 10^{-7}$
- 1259 $5 \cdot 10^{-3}$ 0,09 40000 $3 \cdot 10^5$
- 1260 Robin har rätt.
 $10^{-6} = 0,000001$
Det är ett tal mellan 0 och 1.
- 1261 Avståndet är $8,1 \cdot 10^{16}$ m.
- 1262 a) 20000 eller $2 \cdot 10^4$
b) 0,02 eller $2 \cdot 10^{-2}$
c) 8
Ledtråd:
Beräkna $4000 \cdot 0,002$
- 1263 a) 0,055 c) $2 \cdot 10^{-3}$
b) $2 \cdot 10^{-6}$ d) $4 \cdot 10^{-5}$

- 1264 Alternativ **B, C, och E.**
- 1268 a) 7 km c) 9 GB
b) 6 MB d) 2 mg
- 1269 a) 2 kg = 2000 g
5 kW = 5000 W
2,5 kJ = 2500 J
14,8 km = 14800 m
b) 5 MW = 5 000 000 W
0,5 MB = 500 000 B
7,5 MJ = 7 500 000 J
- 1270 a) 8 kg c) 92 km
b) 0,5 kg d) 4 MB
- 1271 a) Talet 4 200 000 ska stå i rutan.
b) Talet 0,047 ska stå i rutan.
c) Talet 17 000 ska stå i rutan.
d) Talet 1,8 ska stå i rutan.
- 1272 3 MW motsvarar 3000 kW.
- 1273 a) 2 mm = 0,002 m
b) 25 mm = 0,025 m
c) $6 \mu\text{m} = 0,000006 \text{ m}$
d) $68 \mu\text{m} = 0,000068 \text{ m}$
- 1274 Diametern är 28 μm .
Ledtråd:
 $0,028 \mu\text{m} = 0,000028 \text{ m}$
- 1275 0,002 mm
- 1276 a) 2 500 kcal = 2 500 000 cal
b) 2 500 kcal = 10,5 MJ
- 1277 a) 45 Mbit \approx 5,6 MB
b) 1 500 Mbit/s = 1,5 Gbit/s
c) Det tar ca 0,045 s.
Lösning:
 $6,8 \text{ MB} = 8 \cdot 6,8 \text{ Mbit} = 54,4 \text{ Mbit}$
Tiden =
 $= (54,4 \text{ Mbit}) / (1,2 \text{ Gbit/s}) =$
 $= (54,4 \cdot 10^6) / (1,2 \cdot 10^9) \text{ s} \approx$
 $\approx 0,045 \text{ s}$
d) 2 700 Gbit eller 340 GB.
- 1278 Ca 500 st
- 1279 Alternativ **B och D.**

- 1280 a) 400 MB
0,5 GB = 0,5 miljarder byte
 $6 \cdot 10^8 \text{ B}$
800 000 kB
Ledtråd:
Skriv alla i enheten byte.
b) 1800 kW = 1,8 MW
- 1281 Ca 200 000 km (175 000 km).
- 1282 a) 28 000 kJ = $2,8 \cdot 10^7 \text{ J}$
b) 15 TB = $1,5 \cdot 10^{13} \text{ B}$

Historik: Från vargben till datorer

- 1 a) 37 = XXXVII
b) 59 = LIX
c) 61 = LXI
Ledtråd:
Summan av 33 och 28 är 61
d) 108 = CVIII
e) 330 = CCCXXX
- 2 13
Ledtråd:
 $1101 = 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1$

Tema: Enheter tum

- 1 a) Fälgdiametern är 406 mm.
b) Fälgdiametern är 635 mm.
- 2 a) Tjocklek: 51 mm,
Bredd: 102 mm
b) Tjocklek: 19 mm,
Bredd: 178 mm
- 3 Ja.
Motivering:
 $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 8}{4 \cdot 8} = \frac{8}{32}$
- 4 **A** $\left(1 \frac{1}{4} = 31,75 \text{ mm}\right)$
- 5 Diametern är 14,3 mm.
- 6 a) Niten är $1 \frac{15}{32}$
Ledtråd:
Skriv längderna i bråkform med nämnaren 32.
b) Niten är 37,3 mm.

- 7 Avvikelsen är 9 tusendels tum.
- 8 a) 22 gångor
Lösning:
 $1,693 \cdot 13 = 22$
b) Diametern: 6,60 mm
Djupet: $3'' = 76 \text{ mm}$
- 9 a) Motorvolymen är 5,74 liter.
b) Motorvolymen är 305 kubiktum.
c) Cylindervolymen är 38,2 kubiktum.

Tema: Kronhjul och pinjong

- 1 a) Justermellanlägget ska ha tjockleken 1,82 mm.
Ledtråd:
 $L = 0,08 \cdot P = 0,06$
b) Justermellanlägget ska ha tjockleken 1,78 mm.
- 2 a) Justermellanlägg med tjockleken 1,92 mm.
b) Justermellanlägg med tjockleken 2,02 mm.
- 3 Vid negativ märkning av pinjongen, då är pinjongen kortare än det nominella värdet.
- 4 a) Pinjongen skulle ha haft märkningen 2.
Lösning:
 $1,88 = 1,80 + 0,10 - P$
 $1,88 + P = 1,90 - P + P$
 $P + 1,88 = 1,90$
 $P = 0,02$
b) Pinjongen skulle ha haft märkningen -2.
- 5 Distansringen ska vara mellan 4,25 mm och 4,4 mm.
- 6 Tjockleken är 0,98 mm.

Tema: Mätverktyg

- 1 21,3 mm
2 17,7 mm
3 0,8 mm

- 4 13,0 mm
5 5,25 mm
6 8,16 mm
7 12,05 mm
8 21,49 mm

Tema: Toleranser

- 1 a) Övre gränsmåttet är 2 202 mm.
b) Undre gränsmåttet är 2 197 mm.
c) Toleransvidden är 5 mm.
- 2 a) Basmått: 2355 mm.
b) Största tillåtna längd: 2366 mm.
Minsta tillåtna längd: 2344 mm.
c) Toleransvidd: 22 mm.
- 3 Övre gränsmått: 4 220 mm
Undre gränsmått: 4 180 mm
- 4 a) Övre gränsmått : 34,014 mm.
b) Undre gränsmått: 33,989 mm.
c) Toleransvidd: 25 μm .
(25 $\mu\text{m} = 0,025 \text{ mm}$)
- 5 Nej.
Motivering:
129,8 cm är för långt.
- 6 a) Övre gränsmått 430 mm
Undre gränsmått 420 mm
Toleransvidd 10 mm
b) Övre gränsmått 140 mm
Undre gränsmått 136 mm
Toleransvidd 4 mm
c) Övre gränsmått 640 mm
Undre gränsmått 630 mm
Toleransvidd 10 mm
d) Övre gränsmått 864 mm
Undre gränsmått 856 mm
Toleransvidd 8 mm
- 7 a) Toleransvidd: 0,185 mm.
b) Sara använder toleransgrad 10.
Motivering:
 $0,185 \text{ mm} = 185 \mu\text{m}$
c) Stången har toleransgrad 11.
- 8 a) Toleransklass Medel
b) Toleransklass Mycket grov

- 9 a) Nej.
Motivering:
Inte vid hålets undre gränsmått.
b) Största spelet: 3,047 mm
Minsta spelet: 3,002 mm

- 1302 a) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{5}$
b) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{5}{3}$

- 1303 a) $\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$
b) $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$
c) $\frac{2}{9} = \frac{6}{27}$

- 1304 Han har $\frac{1}{5}$ av resan kvar.

- 1305 a) $\frac{12}{20} = \frac{6}{10}$
b) $\frac{36}{44} = \frac{18}{22}$
c) $\frac{28}{44} = \frac{14}{22}$

- 1306 a) $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$
b) $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$
c) $\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$

- 1307 a) $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$
b) $\frac{6}{18} = \frac{1}{3}$
c) $\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

- 1308 a) $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ c) $\frac{3}{60} = \frac{1}{20}$
b) $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ d) $\frac{6}{60} = \frac{1}{10}$
- 1309 $\frac{20}{50} \frac{6}{15} \frac{8}{20}$

- 1310 Han arbetar $\frac{2}{5}$ av full tid.
- 1311 a) $\frac{1}{4}$ är färgad.
 $\frac{3}{4}$ är ofärgade.
b) Förhållandet är $\frac{1}{3}$ (1:3).

1312 a) Alla bitar är inte lika stora.

b) $\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$
c) $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

1313 Förhållandet är 16:9.

1314 $\frac{3}{5}$ koppar, $\frac{3}{20}$ zink, $\frac{1}{4}$ nickel.

Ledtråd:
Sammanlagd vikt är 20 g.

1315 $\frac{3}{25}$ cement, $\frac{2}{5}$ grus, $\frac{9}{25}$ sten och $\frac{3}{25}$ vatten.

1316 a) T.ex. $\frac{1}{6}$
b) T.ex. $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
c) T.ex. $\frac{5}{14}$

1317 a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{3}{8}$
Lösning:
 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$
Pilen pekar på $\frac{3}{8}$
c) $\frac{2}{15}$
Lösning:
 $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$
Pilen pekar på $\frac{2}{15}$
d) $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

1318 a kan vara 13, 14, 15, 16 eller 17.

1321 a) $\frac{2}{7}$
b) $\frac{2}{5}$
c) $\frac{1}{2}$
Lösning:
 $\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{6/6}{12/6} = \frac{1}{2}$

1322 a) Talet 3 ska stå i rutan.
b) Talet 4 ska stå i rutan.

1323 a) $\frac{7}{9}$
Ledtråd:
Förläng det andra bråket till nämnaren 9.

b) $\frac{3}{4}$
Ledtråd:
Förläng till nämnaren 12.
Förkorta svaret.

c) $\frac{1}{6}$
Ledtråd:
Förläng till nämnaren 6.

d) $\frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$
e) $-\frac{1}{21}$
f) $\frac{1}{12}$

1324 a) $\frac{4}{5}$
Lösning:
 $4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{9}{5}$
c) $\frac{4}{15}$
Lösning:
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{15}$

d) $\frac{3}{10}$

1325 a) $\frac{2}{3}$
Ledtråd:
Förkorta innan du multiplicerar.

b) $\frac{1}{18}$
Ledtråd:
Förkorta innan du multiplicerar.

1326 a) B och C
b) A: Produkten är $\frac{3}{8}$
B: Differensen är $\frac{1}{4}$
C: Summan är $\frac{5}{4}$
D: Kvoten är $\frac{6}{5}$

1327 a) 16 timmar
Lösning:
 $\frac{1}{3}$ av 24 h är 8 h.
 $\frac{2}{3}$ av 24 h är 16 h.
Eller
 $\frac{2}{3} \cdot 24 = \frac{48}{3} = 16$

b) 45 sekunder
c) $5/12$ h = 25 min

1328 a) 45 arbetade heltid och 15 deltid.
b) 9 kvinnor.

1329 $\frac{3}{5}$ av 35 kr är mest.
Motivering:
 $\frac{2}{3}$ av 27 kr är 18 kr.
 $\frac{3}{5}$ av 35 kr är 21 kr.

1330 a) 3 c) 6
b) 6 d) 12

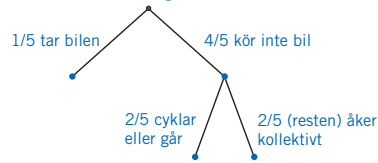
1331 Värdet är ca 205 000 kr.

1332 a) Smycket innehåller 0,7 g guld.
b) Smycket innehåller 0,9 g guld.

1333 a) Amir får 8 000 kr.
Liz får 3 000 kr.
Niklas får 1 000 kr.
b) Amir 6 000 kr.
Liz 2 400 kr.
Niklas 3 600 kr.

1334 a) T.ex. $\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{5} = 1$
b) T.ex. $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} = \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{4}{4} = 1$

1335 Arbetspasset var 6 timmar.
Ledtråd:
En timme motsvarar $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ av passet.

1336 Ja, det är sant.
Motivering:

 $\frac{2}{5}$ är dubbelt så mycket som $\frac{1}{5}$.

1340 a) $0,42 = 42\%$
b) $0,03 = 3\%$
c) $0,5 = 50\%$
d) $0,055 = 5,5\%$

1341 a) 12% c) $3,5\%$
b) 7% d) 20%

1342 a) Lotta arbetar 80% .
Ledtråd:
Beräkna $\frac{28}{35}$
b) Kelly arbetar 120% .

1343 a) 7% c) 12% e) 5% d) 23%

1344 A 50% D 30%
B 33% E 23%
C 26% F 20%

1345 a) $\frac{13}{50} = \frac{26}{100}$
b) 26%

1346 a) $\frac{24}{100}$ b) 24%

1347 Räddningsprocent:
Adde: $\frac{13}{27} \approx 0,48 = 48\%$
Filip: $\frac{19}{43} \approx 0,44 = 44\%$

1348 a) 7% b) $7,5\%$

1349 A $3/4 = 75\%$
B $1/20 = 5\%$
C $9/50 = 18\%$
D $1/8 = 12,5\%$
E $1/2 = 50\%$

1350 Störst färgad andel i figur B.
Motivering:
Andel i figur B: $37,5\%$
Andel i figur A: 36%

1351 a) Ca 33% på framaxeln.
b) Ca 67% på bakaxeln.

1352 a) Han behöver 60 brädor.
b) Ca 8% ($7,7\%$) blir spill.
Ledtråd:
40 cm av 520 cm blir spill.

1353 a) Ca 31% b) Ca 55%

1354 A $\frac{75}{76}$ D $\frac{39}{450}$
B $\frac{26}{51}$ E $\frac{3}{297}$
C $\frac{11}{41}$ F $\frac{98}{47}$

1355 a) Toleransen är ca $0,6\%$.
b) Toleransen är ca 6% .
c) Ca $6,5\%$.

1356 Han arbetar 210% av en heltid.
Ledtråd:
Han arbetar 84 h/vecka.

1357 Båda kan ha rätt.
Motivering:
Antalet arbetslösa är störst i Västerstad.
Andelen arbetslösa är störst i Persboda, 12% jämfört med 11% i Västerstad.

1358 a) $1,8\%$ d) 4%
b) $8,6\%$ e) $0,45\%$
c) Ca $1,5\%$ f) $0,5\%$

1359 Pia har rätt. Oljehalten i Tonys blandning blir $\frac{2}{102} \approx 1,96\%$.

1360 Man ska lägga till 18 låtar.
Ledtråd:
Ekvationen kan skrivas $\frac{18+x}{54+x} = 0,5$

1365 a) $65\% = 0,65$
b) $50\% = 0,5$
c) $4\% = 0,04$
d) $145\% = 1,45$
e) $14,5\% = 0,145$
f) $4\% = 0,04$

1366 a) 210 kg c) $7,5$ kg
b) 105 kg d) 30 kg

1367 a) Han betalar 6944 kr i skatt.
b) Han får kvar 14 756 kr.

1368 a) 52 st var tillsvidareanställda.
b) 28 st var timanställda.

1369 a) 60 km
50% motsvarar hälften.
b) 20 km
25% motsvarar en fjärdedel.
c) 15 km
10% motsvarar en tiondel.
d) 5 km
1% motsvarar en hundradel.

1370 a) $12\% = 0,12$
b) Hela vikten är 2 550 kg.
Ledtråd:
Det hela = Delen/Andelen
Det hela = 306 kg / $0,12$

1371 Hon tjänade 22 000 kr.
Lösning utan digitalt verktyg:
5% motsvarar 1 100 kr
10% motsvarar $2 \cdot 1\,100$ kr = $2\,200$ kr
100% motsvarar $10 \cdot 2\,200$ kr = $22\,000$ kr

1372 a) Gamla lönen är 32 000 kr.
b) Nya lönen är 33 440 kr.
c) Löneökning $4,5\%$.
d) Löneökning 1 440 kr.

1373 a) 81 kg c) 9 kg
b) 42 mm d) 0,6 mm

1374 $4,25\%$ av 160 000 kr är störst.
Det är 6 800 kr.

1375 a) 24 mm c) 36 mm
b) 12 mm d) 48 mm

1376 a) Ca 9 mm på längden.
b) 3 mm på bredden.

1377 a) $140\% = 1,4$
b) Försäljningspriset är 1 099 kr.

1378 a) $5\,544 \Omega - 5\,656 \Omega$
b) $5\,488 \Omega - 5\,712 \Omega$
c) $5\,040 \Omega - 6\,160 \Omega$
d) $5\,320 \Omega - 5\,880 \Omega$

1379 Ja, det är sant.
Motivering:
Båda delarna motsvarar 27,20 kr.

1380 a) Antalet fordon var 9 200.
b) 6 808 st

1381 I butik **A**.
Motivering:
Priset i butik **A** är 520 kr och i butik **B** 600 kr.

1382 475 elever
Lösning:
Vi antar att antalet elever är x .
62 % av 76 % av antalet elever är 224 st.
 $0,62 \cdot 0,76 \cdot x = 224$
 $x = 475$

1383 a) **A** (856 kr) är bättre än **B** (752 kr).
b) Vid lönen 26750 kr.
Ledtråd:
3,2% av lönen ska vara 856 kr.

1386 a) Priset är 400 kr.
b) Längden är 15 m.

1387 a) 105 liter
Ledtråd:
Pumphastigheten är 35 l/min.
b) 350 liter
c) 525 liter
d) 1050 liter.

1388 a) Hon kommer 30 km.
b) Hon kommer 15 km.

1389 Beas hastighet är högst.
Motivering:
Bea: 96 km/h.
Albin: 94 km/h

1390 a) Det behövs 270 liter grus, 240 liter sten och 87 liter vatten.
b) Det behövs lite mer än 22 liter grus (22,5), 20 liter sten och lite mer än 7 liter vatten (7 1/4).

1391 Ja, lönen är proportionell mot tiden.
Motivering:
Timlönen är densamma: 97 kr/h.

1392 a) Han får 5400 kr.
Ledtråd:
Beräkna timlönen.
b) Han har arbetat 48 timmar.

1393 I tabellen ska sträckan vara 35 km och tiden ska vara 0,59 h.

1394 a) Lea får 70 dollar.
b) Len växlade 1080 kr.

1395 a) Bergbackens lutning är 0,25. Storbackens lutning är 0,23. Bergbackens lutning är störst.
b) Backen är 246 m hög.

1396 Det tar ca 13 timmar.

1397 a) 16 mm-skivan väger 35 kg. 22 mm-skivan väger 48 kg.
Ledtråd:
Beräkna vikten per mm tjocklek.
b) Vikten är ca 1100 kg (1056 kg).
c) Emil kan lasta max 28 skivor.

Tema: Utväxlingsförhållande

1 Utväxlingsförhållandet är 3.
Motivering:
 $U = \frac{42 / 14}{14 / 14} = \frac{3}{1} = 3$

2 a) $z_1 = 60$ $z_2 = 15$
b) $U = \frac{1}{4} = 1:4$
c) Ingående axel roterar ett varv när utgående axel roterar fyra varv.

3 Det drivna kugghjulet har 55 kuggar.
Ledtråd:
 $U = 5$

4 Utväxlingsförhållandet är 0,45.

5 Det totala utväxlingsförhållandet
 $U = \frac{4}{3} = 4:3 = 1,33$

6 Lägsta varvtal: 200 varv/min.
Högsta varvtal: 320 varv/min.

7 a) Före bytet är $U = 1,2$
Efter bytet är $U = 0,84$
Ledtråd:
Nya remskivan:
 $390 \text{ mm} - (0,30 \cdot 390 \text{ mm}) = 273 \text{ mm}$

b) Varvtalet på den drivna remskivan innan bytet var 350 varv/min.

Lösning:
 $n_2 = 500$
 $0,84 = \frac{n_1}{500}$ $n_1 = 420$
 $1,2 = \frac{420}{n_2}$ $n_2 = 350$

Tema: Moms

1 a) Liam ska betala 699 kr i moms.
Lösning:
 $0,25 \cdot 2797 \text{ kr} = 699 \text{ kr}$
b) Priset inkl. moms är 3496 kr.

2 a) Arbetskostnaden inkl. moms är 2325 kr.
b) De betalar 1990 kr i moms.

3 Kunden betalar 60 kr i moms.
Lösning:
 $0,20 \cdot 300 \text{ kr} = 60 \text{ kr}$

4 a) Kunden ska betala 1117 kr i moms.
b) Totalpris inkl. moms är 5583 kr.
c) Momsen utgör 20% av totalpriset.

5 a) Kunden ska betala 15 kr i moms.
b) Totalpriset är 265 kr.
c) Avdragsmomsen är 5,66 %.
d) Kunden betalar 21 kr i moms.

Tema: Vinst, förlust och vinstmarginal

1 a) Resultatet är 255 tkr.
b) Vinstmarginalen är 6,7%.

2 a) -217 tkr
b) -3,2%
c) 3,1%

3 a) 1375497 kr
b) 13,8%

4 10,4%

Tema: Promille och ppm

1 Mängden kol är 4 ton.
Lösning:
 $0,002 \cdot 2000 \text{ ton} = 4 \text{ ton}$

2 Nya längden är 8508,5 mm.

3 a) Resistorns lägsta resistans är 253,5 ohm.
b) Resistorns högsta resistans är 266,5 ohm.

4 a) Gränsvärdet är 0,022 liter = 2,2 cl.
b) Över det tillåtna gränsvärdet.
Motivering:
 $\frac{0,034 \text{ liter}}{110 \text{ liter}} = 309 \text{ ppm}$

5 Pelaren förkortas 0,6%.

6 Högsta tillåtna mängden bly är 0,2 µg.
Lösning:
 $0,000000001 \cdot 200000000 \mu\text{g} = 0,2 \mu\text{g}$

7 Under gränsvärdet.
Motivering:
 $\frac{1,27 \text{ g}}{1300 \text{ g}} = 977 \text{ ppm}$

8 Det var 374 ppm vatten i hydrauloljetanken.
Lösning:
 x cl vatten från början.
 $\frac{x - 10}{36500} = 0,000100$
 $36500 \cdot \frac{x - 10}{36500} = 0,000100 \cdot 36500$
 $x - 10 = 3,65$
 $x - 10 + 10 = 3,65 + 10$
 $x = 13,65$
Andel vatten från början:
 $\frac{13,65}{36500} = 0,000374 = 374 \text{ ppm}$

Tema: Underhållsservice och reparationer

1 a) Vinsten är 2623 kr.
b) Vinsten är 9600 kr.

2 a) Priset ut till kund exkl. moms är 44197 kr.
Ledtråd:
Beräkna summan av materialkostnad, pålägg, arbetskostnad, förbrukningsmaterial och miljöavgift.
b) Vinsten är 1774 kr större.
Ledtråd:
Vinst 1000 h service: 5005 kr
Vinst 2000 h service: 6779 kr

3 a) Priset ut till kund exkl. moms är 5653 kr.
b) Vinsten är 1835 kr.

Tema: Alkohol och promille

1 a) 5,2 cl ren alkohol.
b) 41,1 g ren alkohol.
c) Promillehalten är 0,76‰.
d) Promillehalten är 1,2‰.

2 a) 46 g b) 57 g

3 Mannen får högre halt alkohol.

Tema: Däck

1 a) Höjden är 117 mm.
b) Höjden är 120 mm.

2 a) Profilmörhållandet är 55%.
b) Profilmörhållandet är 40%.

3 Mellan 1932 mm och 2136 mm

4 a) Bränsleförbrukningen är 4,38 liter/mil.
b) Skillnaden blir 16 liter.
Ledtråd:
Rekommenderat lufttryck: 524 liter
För lågt lufttryck: 540 liter
c) Extrakostnaden blir 43200 kr.

Testa dig själv 1

- 1** a) 3 b) 10
2 a) 32 b) 78
3 a) 7 b) 11
4 a) 48,44 mm b) 47,86 mm
5 a) 5 mm c) 0,2 mm
b) 0,45 mm d) 0,4 mm
6 Vinsten var 3,4 miljoner kr.
7 Bästa alternativet är 2400 kg.
8 a) 6,5 g = 0,0065 kg
b) 6,5 g = 6500 mg
9 a) 50 kW = 50000 W
b) 3,5 MJ = 3500000 J
c) 4 µs = 0,000004 s
d) 2,5 TB = 2500 GB
10 a) Andelen koppar är 4/5. Andelen tenn är 1/5.
b) Förhållandet mellan tenn och koppar är 1:4.

- 11** a) 1/3 h b) 1/3 h
12 209 ohm – 231 ohm
13 a) Momsen är 9,80 kr.
b) Prissänkningen är ca 20% (20,4%).
c) Priset är 1225 kr per liter.

14 a)

Vikt, hg	Pris, kr
3	26,70
5	44,50
9	80,10

b) 89 kr/kg

Blandade övningar 1

- 1** a) 12,5 cm = 0,125 m
b) 12,5 cm = 125 mm
2 a) $\frac{1}{2} = 50\%$ c) $\frac{2}{5} = 40\%$
b) $\frac{3}{4} = 75\%$ d) $\frac{3}{10} = 30\%$
3 a) 2500 kr b) 1200 m

- 4 Sträckan är 1,3 mm.
- 5 a) 6 c) -1
b) 0,65 d) -6
- 6 Det finns 4 liter i 12 burkar.
Ledtråd:
3 burkar innehåller tillsammans 1 liter.
- 7 a) 0,5 h = 30 min
b) 0,75 h = 45 min
c) 0,1 h = 6 min
- 8 Det tar 15 min eller 0,25 h.
- 9 a) 8 000 000 W = 8 MW
b) 1 500 000 W = 1,5 MW
c) 380 000 000 W = 380 MW
d) 600 000 W = 0,6 MW
- 10 a) 4‰ = 0,004
b) 15‰ = 0,015
c) 8 ppm = 0,000 008
- 11 $\frac{3}{4} = 0,75$ och $\frac{52}{100} = 0,52$ ligger båda mellan 0,5 och 1.
 $\frac{2}{5}$ och $\frac{19}{40}$ är mindre än 0,5.
- 12 Hela sträckan är 2000 m.
Ledtråd:
1% motsvarar 20 m.
- 13 Bästa alternativet är 12 m.
Motivering:
 $425 \cdot 28 \text{ mm} \approx 400 \cdot 30 \text{ mm} = 12\,000 \text{ mm} = 12 \text{ m}$
- 14 a) 2,5 kW = 2500 W ($2,5 \cdot 10^3 \text{ W}$)
b) 0,5 MB = 500 000 B ($5 \cdot 10^5 \text{ B}$)
c) 2 μm = 0,000 002 m ($2 \cdot 10^{-6} \text{ m}$)
- 15 I tabellen fattas priset 12 kr och vikten 5 kg.
- 16 Svaret är 228.
- 17 a) 10% blev spill.
Ledtråd:
5 m av 50 m blev spill.
b) Förhållandet är 1 : 9 (5 : 45).

- 18 a) $75 \cdot 10^3 \text{ W}$ eller 75 000 W
b) $200 \cdot 10^{-3} \text{ g}$ eller 0,2 g
c) $2,5 \cdot 10^9 \text{ Wh}$ eller 2 500 000 000 Wh
d) $0,1 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ eller 0,000 000 000 1 m
- 19 Talet 0,1 ska stå i rutan.
- 20 a) Hälften av 0,1 är 0,05.
b) Hälften av 2/6 är 1/6.
c) Hälften av 3/4 är 3/8
Ledtråd:
 $3/4 = 6/8$
- 21 a) Effekten $3 \cdot 10^6 \text{ W} = 3 \text{ MW}$
b) Tiden 0,005 s = 5 ms
- 22 Det räcker till 20 liter bensin.
Ledtråd:
1 dl = 10 cl = 100 ml.
- 23 a) 5/8 av figuren är färgad och 3/8 är ofärgad.
Ledtråd:
6 rutor av totalt 16 är ofärgade.
b) Förhållandet är 3 : 5.
- 24 Rostskyddet är 20% av tjockleken.
Ledtråd:
0,3 mm = 300 μm
Beräkna 60/300.
- 25 a) $x = 5$
b) $x = -3$
- 26 Gruppen ska utökas med 20 personer.
Ledtråd:
För projektet behövs totalt 1 800 persondagar. På 30 dagar ska den utökade gruppen klara 1 500 persondagar.
- 27 $\frac{3}{5} \text{ h} = \frac{36}{60} \text{ h} = 36 \text{ min}$ och $\frac{7}{12} \text{ h} = \frac{35}{60} \text{ h} = 35 \text{ min}$
 $3/5 \text{ h} - 7/12 \text{ h} = 36 \text{ min} - 35 \text{ min} = 1 \text{ min}$

- 28 Produkten är $\frac{1}{6}$
Lösning:
Produkten kan skrivas $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$
Förkorta 2:orna, 3:orna, 4:orna och 5:orna.
Kvar blir då $\frac{1}{6}$
- 29 Den tredje etappen lade han 45 m².
- 30 36% var konstruktionsstål.
- 31 a) 14,9
b) 65,1
Ledtråd:
Skriv parenteser runt täljaren och nämnaren.
- 32 a) Hon får 2 720 kr.
b) 37 timmar (36,76... tim)
- 33 17,8 cm = 7 tum
- 34 Han ska ta 40 ml fogförstärkare och 2 dl vatten.
Ledtråd:
Multiplitera med 0,8 i receptet.
- 35 Vinstmarginalen är 12%.
- 36 Kostnaden är
a) 188 kr
b) 47 kr
c) 131,60 kr
d) 79,90 kr
- 37 Timlönen är 177,80 kr.
- 38 300 hp ≈ 304 hk
- 39 Kostnaden är 843 kr.
- 40 a) 1,25 promille.
b) Mellan 49,75 och 50,25 liter.
- 41 Kunden ska betala 5 300 kr.
- 42 Han ska dansa ca 23 minuter.
- 43 a) År 1: 4 450 enheter/anställd
År 2: 5 280 enheter/anställd
b) Ca 100 anställda (97).
- 44 a) Utväxlingsförhållandet är 2 : 1.
b) Hjulet har 8 kuggar.

- 45 Det motsvarar 800 vindkraftverk.
- 46 Andelen kväveoxid är 0,15 ppm.
Lösning:
0,2 mg = 0,000 2 g
1,3 kg = 1 300 g
Andelen = $\frac{0,000\,2}{1\,300} \approx 1,5 \cdot 10^{-7} = 0,000\,000\,15 = 0,15 \text{ miljondelar} = 0,15 \text{ ppm}$
- 47 a) A: 200 000 kr/år,
B: 150 000 kr/år
b) Maskin B (260 000 kr/år)
c) Maskin A (280 000 kr)
d) Vid 35 000 detaljer.
- 48 A: $72/195 \approx 37\%$
B: $63/195 \approx 32\%$
C: $60/195 \approx 31\%$
Ledtråd:
Totalt 195 "bildagar".
- 49 Den totala sträckan var 348 km.
- 50 Talet har 21 siffror, det består av en 1:a följt av 20 nollor.