

1

TAL OCH BERÄKNINGAR – GRUNDLÄGGANDE BEGREPP OCH METODER

Bokens första kapitel innehåller repetition av grundläggande matematiska begrepp och metoder inom området aritmetik.

Aritmetik kallas ibland ”läran om talen”. Ordet kommer från grekiskans arithmos och betyder just tal.

En rubrik i det centrala innehållet i kursen Matematik 1a är ”Matematik inom karaktärsämnen och yrkesliv”. Kapitellet har en direkt koppling till detta område.

Centralt innehåll

- Begrepp som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, t.ex. proportionalitet, procent och andelar samt vinstmarginal.
- Beräkningsmetoder som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, t.ex. uppskattningar, spill- och svinnberäkningar, överslagsräkning och avrundning.
- Hantering av storheter och enheter som är relevanta för karaktärsämnen och yrkesliv, t.ex. enhetsbyten samt beräkning av kostnader och förbrukningsmaterial.
- Problemlösning med utgångspunkt i yrkesliv, privatekonomi och samhällsliv.

Med andra ord

Du börjar kapitlet med att repetera en del grunder så som beräkningar med flera räknesätt, med negativa tal och med tal i decimalform.

Därefter behandlas stora och små tal, enhetsbyten, prefix, avrundningar och uppskattningar.

Du avslutar med tal i bråk- och procentform.

Kapitlet innehåller också ett antal yrkesnära teknikinriktade Teman.

Vissa beräkningar gör du för hand, andra med hjälp av räknare eller andra digitala verktyg.

Inledande aktivitet

LÄGGA TAL

Arbeta tillsammans två och två.

Skriv siffrorna 2, 5, 1 och 7 på fyra papperslappar.



- 1 Med hjälp av lapparna kan du lägga olika fysisiffriga tal. Lägg dem så att du får
 - a) ett så stort tal som möjligt
 - b) ett så litet tal som möjligt
 - c) ett tal så nära 5 000 som möjligt
 - d) ett tal så nära 6 000 som möjligt
 - e) ett tal så nära 1 400 som möjligt.
- 2 Välj bland lapparna och lägg dem så att summan $\square\square + \square\square$ blir så
 - a) liten som möjligt
 - b) stor som möjligt
 - c) nära 60 som möjligt.

- 3 Välj bland lapparna och lägg dem så att produkten $\square \cdot \square\square$ blir så
 - a) liten som möjligt
 - b) stor som möjligt
 - c) nära 100 som möjligt.

- 4 Multiplikation beräknas före addition. Välj bland lapparna och lägg dem så att $\square + \square \cdot \square$ blir så
 - a) liten som möjligt
 - b) stor som möjligt
 - c) nära 20 som möjligt.

- 5 Skriv siffrorna 1 till 9 på nio andra papperslappar.

Kan du lägga lapparna så att alla tre beräkningarna stämmer? Du får bara använda varje siffra en gång.

$$\square + \square = \square$$
$$\square - \square = \square$$
$$\square \cdot \square = \square$$

1.1 Tal i olika former

I vilken ordning ska vi räkna?

De allra flesta beräkningar vi möter till vardags och i yrkesliv kan vi utföra med de fyra räknesätten: addition, subtraktion, multiplikation och division.

Om vi vill göra en beräkning som innehåller flera olika räknesätt, måste vi beräkna dem i rätt ordning. Den ordningen bestäms av prioriteringsreglerna.



Exempel 1 Att anlita hantverkaren Kim kostar 600 kr per timme. Dessutom tillkommer en resekostnad på 400 kr per dag.

Kostnaden K kr att anlita Kim x timmar kan beräknas med formeln $K = 400 + 600 \cdot x$

Vi beräknar kostnaden i kronor för 2,5 timmar ($x = 2,5$) med hjälp av räknare

$$400 + 600 \cdot 2,5 = 1900$$

Om vi ska göra denna beräkning för hand måste vi veta i vilken ordning vi ska utföra beräkningarna.

Prioriteringsreglerna säger att vi ska multiplikation före addition.

$$K = 400 + 600 \cdot 2,5 = 400 + 1500 = 1900$$

Många räknare hanterar prioriteringsreglerna automatiskt, kontrollera hur din räknare gör.

Prioriteringsreglerna

- 1 Först beräknas uttryck inuti parenteser.
- 2 Därefter potenser (upphöjt till).
- 3 Sedan multiplikationer och divisioner.
- 4 Till sist additioner och subtraktioner.

2^3 är en potens som utläses "2 upphöjt till 3".
 $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Exempel 2 Hur gör vi beräkningen $\frac{1060 - 185}{37 + 88}$ på räknaren?

Metod 1: $\frac{1060 - 185}{37 + 88} = \frac{875}{125} = 7$

Vi beräknar täljaren och nämnaren först.

Metod 2: $(1060 - 185)/(37 + 88) = 7$

Vi skriver först parenteser runt täljaren och nämnaren.

Glömmer vi parenteserna och skriver $1060 - 185/37 + 88$ får vi fel svar.

Vi repeterar några begrepp kopplade till de fyra räknesätten:

De fyra räknesätten

Addition: $4 + 3 = 7$

Term adderad med term ger en summa.

Multiplikation: $3 \cdot 12 = 36$

Faktor multiplicerad med faktor ger en produkt.

Subtraktion: $9 - 1 = 8$

Term subtraherad från term ger en differens.

Division: $\frac{15}{3} = 5$

Täljare dividerad med nämnare ger en kvot.

1101

Beräkna utan räknare.

a) $4 + 5 \cdot 7$ b) $5 \cdot 4 + 3^2 - 2$ c) $10 + 4 \cdot (5 - 2)$

Vi använder prioriteringsreglerna.

a) $4 + 5 \cdot 7 =$

Först multiplikation

$= 4 + 35 = 39$

Sedan addition

b) $5 \cdot 4 + 3^2 - 2 =$

Först potensen, $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

$= 5 \cdot 4 + 9 - 2 =$

Sedan multiplikation

$= 20 + 9 - 2 = 27$

c) $10 + 4 \cdot (5 - 2) =$

Först parenteser

$= 10 + 4 \cdot 3 =$

Sedan multiplikation

$= 10 + 12 = 22$

1102* Beräkna med räknare $\frac{13 \cdot 19 + 5}{4 \cdot 17 - 50}$

Metod 1:

Vi beräknar uttrycken i täljaren och nämnaren först.

$$\frac{13 \cdot 19 + 5}{4 \cdot 17 - 50} = \frac{252}{18} = 14$$

Metod 2:

Vi skriver uttrycket med parenteser.

$$(13 \cdot 19 + 5)/(4 \cdot 17 - 50) = 14$$

$$(\square 13 \square \times \square 19 \square + \square 5 \square) \square \div \square (\square 4 \square \times \square 17 \square - \square 50 \square) \square$$

Svar: 14

* En ram runt uppgiftens nummer, t.ex. **1102**, betyder att du får använda räknare eller annat digitalt verktyg när du ska lösa uppgiften. Övriga uppgifter ska du kunna lösa utan hjälp av räknare eller digitalt verktyg.

1

1103–1106: Gör först beräkningen för hand. Kontrollera sedan ditt svar med räknare.

1103 a) $3 \cdot 5 + 8$ c) $18 - 6/3$
b) $3 + 5 \cdot 8$ d) $18/6 - 3$

1104 a) $4 + 5^2$ c) $(7 + 2) \cdot 6$
b) $(4 + 5) \cdot 2$ d) $7 + 2 \cdot 6$

1105 a) $\frac{14 - 8}{2 + 4}$ c) $14 - 6/2$
b) $14 - 4 \cdot 2$ d) $(14 - 6)/2$

1106 a) $6 \cdot 7 + 3 \cdot 8$ b) $(17 - 3^2) / 4$

1107 Elisa använder sin räknare till

beräkningen $\frac{42 + 18}{2 + 8}$

Hon trycker $42 + 18/2 + 8$.

- a) Vilket resultat visar räknaren?
b) Vilket fel gör Elisa?
c) Vilket är rätt svar?

1108 Kostnaden K kr att anlita en hantverkare x timmar en dag kan beräknas med formeln $K = 350 + 480 \cdot x$

- a) Vilket är priset per timme?
b) Beräkna kostnaden för 2,5 timmar.
c) Beräkna kostnaden för 6,5 timmar.
d) Vad blir genomsnittspriset per timme om man anlitar hantverkaren 5 timmar?

1109 Beräkna

a) $\frac{138 + 17}{31}$ b) $\frac{6 \cdot 279 \cdot 6}{23 \cdot 39}$

1110 Beräkna

a) $2 \cdot 3^2$ b) $(2 \cdot 3)^2$

1111 a) Beräkna $2 \cdot 5^2 - 5$

- b) Eric skriver på ett prov:
 $2 \cdot 5^2 - 5 = 5 \cdot 5 = 25 \cdot 2 = 50 - 5 = 45$
Svaret är rätt, men läraren ger ändå Eric fel. Varför?

c) Ge exempel på hur man kan skriva en korrekt beräkning.

1112 Elektrisk effekt kan beräknas med formeln $P = R \cdot I^2$

där effekten P watt beror på resistansen R ohm och strömmen I ampere.

Beräkna effekten i en elektrisk apparat om

- a) $R = 20$ ohm och $I = 10$ ampere
b) $R = 16$ ohm och $I = 5$ ampere
c) resistansen är 2 ohm och strömmen är 15 ampere.

1113 Beräkna

a) $\frac{10 \cdot (2 + 10)}{10 \cdot 2 + 10}$ b) $\frac{10 \cdot (8 + 10)}{10 \cdot 8 + 10}$

1114 Vid beräkningar med de fyra räknesätten använder vi ofta bestämda matematiska begrepp.

Vid en addition, t.ex. $2 + 3 = 5$, säger vi term + term = summa.

Skriv på motsvarande sätt

- a) en subtraktion
b) en multiplikation
c) en division.

2

1115 Beräkna

- a) $3^2 + 5 \cdot (3 - 1)$
b) $(8 - 4)^2 + 3 \cdot 2$
c) $7 + 3 \cdot 2^2$
d) $28 - 3 \cdot (2 + 5) + 18/3$
e) $(8 - 2)^2/3 - 1$

1116 Rörelseenergin kan beräknas med formeln

$$W = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

där rörelseenergin W joule beror på massan m kg och hastigheten v m/s.

Beräkna rörelseenergin hos en bil med

- massan 1 200 kg som körs med
a) hastigheten 25 m/s (90 km/h)
b) hastigheten 12,5 m/s (45 km/h).

1117 Vilket tal ska stå i rutan?

- a) $8 \cdot 50 - 40 \cdot \square = 200$
b) $4 + 8 \cdot (\square - 1) = 36$

1118 Uttrycket $(30 - 12)/(2 + 4)$ har värdet 3.

Vilket blir värdet om

- a) parentesen runt täljaren tas bort
b) parentesen runt nämnaren tas bort
c) båda parenteserna tas bort?

3

1119 Värdet av uttrycket $2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4$ är 30.

- a) Sätt in en parentes som ändrar räkneordningen. Bestäm det nya värdet.
b) Bestäm alla de värden som är möjliga att få med hjälp av en parentes.

1120 För vilka positiva heltalsvärden på a är kvoten $36/(a/10)$

- a) mindre än 1 c) mindre än 9
b) större än 9 d) större än 3?



Negativa tal

negativa tal

När temperaturen är under noll grader använder vi *negativa tal* för att tala om hur många grader det är.

Vi använder även negativa tal för att ange t.ex. saldot på ett konto, utgifter och ekonomiska resultat.

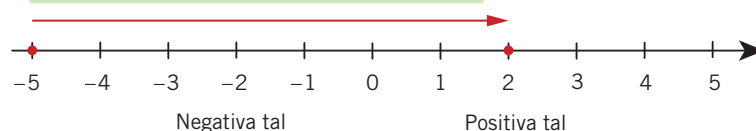
Vi repeterar beräkningar med negativa tal.

Vid addition och subtraktion med negativa tal kan vi ta hjälp av tallinjen.



$$-5 + 7 = 2$$

Vi startar vid talet -5 och går 7 steg åt höger.



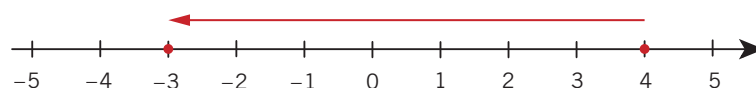
större än, > mindre än, <

2 är *större än* -5 . Vi kan skriva $2 > -5$.

-5 är *mindre än* 2. Vi kan skriva $-5 < 2$.

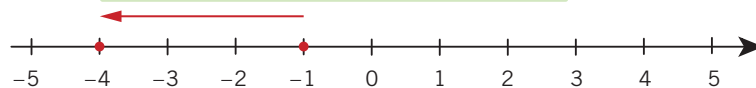
$$4 - 7 = -3$$

Vi startar vid talet 4 och går 7 steg åt vänster.



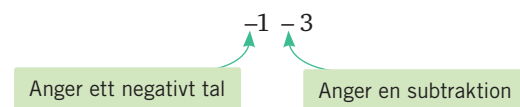
$$-1 - 3 = -4$$

Vi startar vid talet -1 och går 3 steg åt vänster.



minustecknets betydelse

Observera att i beräkningen $-1 - 3$ har *minustecknen olika betydelser*.



På vissa räknare finns det olika knappar för minustecken.

\ominus används för subtraktion och $\omin�$ används för negativa tal.

$-1 - 3$ skrivs $\omin�$ 1 \ominus 3

Exempel 1 Om temperaturen på dagen är 5°C och på natten -2°C är temperaturskillnaden mellan dag och natt 7°C .

Detta kan skrivas:

$$5 - (-2) = 5 + 2 = 7$$

Tecknen $- (-)$ intill varandra ersätts med $+$

Exempel 2 Melody har 500 kr på ett konto och -200 kr på ett annat.

Sammanlagt har hon 300 kr på de två kontona.

Detta kan skrivas:

$$500 + (-200) = 500 - 200 = 300$$

Tecknen $+ (-)$ intill varandra ersätts med $-$

Exempel 3 Tre skulder på 500 kr ger en total skuld på 1 500 kr.

Detta kan skrivas:

$$3 \cdot (-500) = -1\,500$$

Vid multiplikation och division gäller:

$$3 \cdot (-4) = (-3) \cdot 4 = -12$$

Olika tecken på två faktorer ger negativ produkt.

$$\frac{-10}{5} = \frac{10}{-5} = -2$$

Olika tecken på täljare och nämnare ger negativ kvot.

$$-3 \cdot (-4) = 12$$

Lika tecken på två faktorer ger positiv produkt.

$$\frac{-10}{-5} = 2$$

Lika tecken på täljare och nämnare ger positiv kvot.

Vi sammanfattar räkneregler för negativa tal:

Räkneregler för negativa tal

Addition och subtraktion

$$6 + (-2) = 6 - 2 = 4$$

$$6 - (-2) = 6 + 2 = 8$$

Multiplikation

$$6 \cdot (-2) = (-6) \cdot 2 = -12$$

$$(-6) \cdot (-2) = 12$$

Division

$$\frac{-6}{2} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$\frac{-6}{-2} = 3$$

1121

Beräkna

a) $-5 - 4$

c) $-7 + (-5)$

b) $8 - 12$

d) $5 - (-9)$

a) $-5 - 4 = -9$

b) $8 - 12 = -4$

c) $-7 + (-5) = -7 - 5 = -12$ $+ (-)$ ersätts med $-$

d) $5 - (-9) = 5 + 9 = 14$ $- (-)$ ersätts med $+$

1122

Beräkna

a) $-2 + 5 \cdot (-1)$

a) $-2 + 5 \cdot (-1) = -2 - 5 = -7$

b) $5 + (-2) \cdot (-3) = 5 + 6 = 11$

b) $5 + (-2) \cdot (-3)$

Multiplikation först

Multiplikation först

1

1123 Vad blir temperaturen om den

a) är 0°C och minskar med 5°C b) är 3°C och minskar med 5°C c) är -2°C och minskar med 5°C ?1124 Du vet att $9 - 5 = 4$.Vad blir $5 - 9$?

1125 Beräkna

a) $3 - 5$

b) $-3 - 5$

c) $-3 + 5$

1126 Beräkna

a) $-8 + 2$

b) $2 - 8$

c) $-8 - 2$

1127 Agnes har ett betalkort med kredit.

Saldot på kontot som hör till kortet är -450 kr. Vad är saldot om hon

a) sätter in 450 kr c) sätter in 350 kr

b) sätter in 500 kr d) tar ut 200 kr?

1128 Skriv först om uttrycket genom att ersätta två tecken intill varandra med ett tecken.

Beräkna sedan resultatet.

a) $5 + (-2)$ b) $-5 + (-2)$ c) $5 + (-7)$

1129 Beräkna

a) $8 - (-2)$

b) $-9 - (-5)$

c) $-4 - (-6)$

1130 Kalle ska beräkna $-12 - 5$ och säger”Svaret är 17 eftersom två minustecken blir plus och $12 + 5 = 17$.”

Förklara varför Kalle har fel.

1131 Beräkna

a) $7 \cdot (-9)$

c) $(-6) \cdot (-2)$

b) $\frac{9}{-3}$

d) $\frac{(-3) \cdot (-2)}{-6}$

1132 Gör först beräkningen för hand.

Kontrollera sedan ditt resultat med räknare.

a) $-12 - 5$

d) $5 - 7 - (-9)$

b) $-10 + 6$

e) $-3 - 6 - 9$

c) $-9 - (-3)$

f) $4 - 7 + 2$

1133 Vilket tal ska stå i den tomma rutan?

a) $12 - \square = 30$

c) $-12 + \square = 7$

b) $\square \cdot (-5) = -40$

d) $2 \cdot (-2) \cdot \square = 8$

2

1134 Gör först beräkningen för hand.

Kontrollera sedan ditt svar med räknare.

a) $3 \cdot (-4) + 2$

c) $5 + (-2) \cdot (-3)$

b) $10 + (-5) \cdot 6$

d) $-8 + 3 \cdot (-4)$

1135 Vilket tal ligger mitt emellan

a) 3 och 7

d) -8 och -2

b) -2 och 6

e) -5 och 0

c) -3 och 5

f) -25 och -3 ?

1136 Gör först beräkningen för hand.

Kontrollera sedan ditt svar med räknare.

a) $14 - 3^2 - 4 \cdot 2$

b) $14 + (-3)^2 - 4 \cdot (-2)$

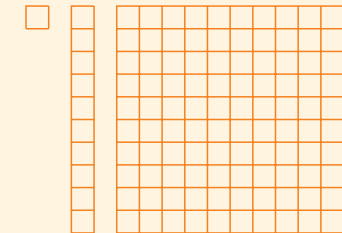
c) $14 - (-3)^2 - 4 \cdot (-2)^2$

Aktivitet

Multiplikation och division med 10 och 100

I den här aktiviteten ska du multiplicera och dividera olika tal med 10 och 100. Syftet är att du ska utveckla din förmåga att analysera problem och att lösa uppgifter av standardkaraktär.

Matériel: Räknare.



Utgå från dessa fyra tal i uppgift 1–4:

1,25 30,0 245 0,005

1 a) Multiplicera talen med 10.
Skriv upp multiplikationerna och resultaten.

b) Skriv en ”regel” för vad som händer med siffrornas värde i ett tal som multipliceras med 10.

2 a) Multiplicera talen med 100.
Skriv upp multiplikationerna och resultaten.

b) Skriv en ”regel” för vad som händer med siffrornas värde i ett tal som multipliceras med 100.

3 a) Dividera talen med 10.
Skriv upp divisionerna och resultaten.

b) Skriv en ”regel” för vad som händer med siffrornas värde i ett tal som divideras med 10.

4 a) Dividera talen med 100.
Skriv upp divisionerna och resultaten.
b) Skriv en ”regel” för vad som händer med siffrornas värde i ett tal som divideras med 100.

5 Använd dina regler och gör beräkningarna nedan utan räknare.
Skriv upp beräkningarna och resultaten.

$10 \cdot 0,36$	$100 \cdot 0,025$	$10 \cdot 0,04$
$\frac{12,5}{10}$	$\frac{775}{100}$	$\frac{0,2}{10}$
$10 \cdot 1,07$	$100 \cdot 0,006$	$10 \cdot 25,8$
$\frac{41,9}{10}$	$\frac{0,4}{100}$	$\frac{3,5}{10}$

Kontrollera sedan dina resultat med räknaren.

Tal i decimalform

Exempel 1 Stoppträckan för en bil som bromsar kan beräknas med formeln

$$s = 0,28 \cdot v + 0,006 \cdot v^2$$

där stoppträckan s meter beror på hastigheten v km/h.

Vi beräknar stoppträckan vid hastigheten $v = 70$ km/h.

$$s = 0,28 \cdot 70 + 0,006 \cdot 70^2 = 49$$

Stoppträckan är 49 m.

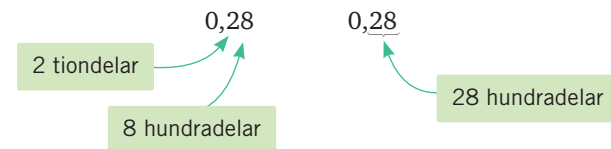
decimalform I formeln ingår två tal i *decimalform*: 0,28 och 0,006.

Decimalen 6 i talet 0,006 anger antalet tusendelar:

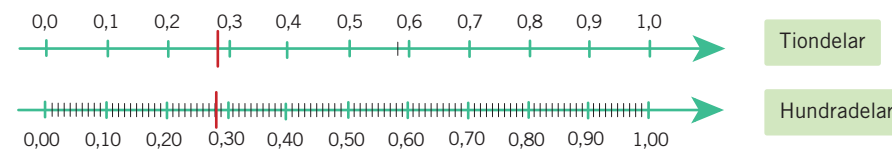
$$0,006 = 6 \text{ tusendelar}$$

1:a decimalen anger tiondelar.
2:a decimalen anger hundradelar.
3:e decimalen anger tusendelar.

Decimalerna i talet 0,28 anger antalet tiondelar och antalet hundradelar. Det kan uttryckas på olika sätt:



Talet 0,28 kan visas på två olika tallinjer:



Exempel 2 Tabellen visar det ekonomiska resultatet för

ett nystartat företag under tre år.

Negativt värde innebär förlust.

Positivt värde innebär vinst.

År	Resultat, miljoner kr (Mkr)
1	-0,2
2	0,5
3	1,5

Förbättringen av resultatet mellan år 1 och 2 är
 $0,5 \text{ Mkr} - (-0,2) \text{ Mkr} = 0,5 \text{ Mkr} + 0,2 \text{ Mkr} = 0,7 \text{ Mkr}$

$$0,7 \text{ Mkr} = 0,7 \text{ miljoner kr} = 0,7 \cdot 1\,000\,000 \text{ kr} = 700\,000 \text{ kr}$$

Förbättringen av resultatet mellan år 2 och 3 är
 $1,5 \text{ Mkr} - 0,5 \text{ Mkr} = 1,0 \text{ Mkr}$

Två minustecken intill varandra ersätts med ett plustecken.

$$1 \text{ miljon} = 1\,000\,000$$

1137

Skriv med ord.

- a) 0,06 b) 0,30 c) 0,94 d) 0,008

a) $0,06 = 6$ hundradelar

b) $0,30 = 30$ hundradelar *eller* $0,30 = 0,3 = 3$ tiondelar

c) $0,94 = 94$ hundradelar *eller* $0,94 = 9$ tiondelar och 4 hundradelar

d) $0,008 = 8$ tusendelar

1138

Skriv i decimalform.

a) 8 tiondelar

c) 4,5 hundradelar

b) 4 hundradelar

d) 40 hundradelar

a) 8 tiondelar = 0,8

b) 4 hundradelar = 0,04

c) $4,5$ hundradelar = 0,045

d) 40 hundradelar = 0,40 = 0,4

1139

Beräkna

a) $0,3 - 0,18$

b) $3 \cdot 0,6$

c) $0,6 \cdot 0,7$

a) $0,3 - 0,18 = 0,30 - 0,18 = 0,12$

Vi skriver talen med lika många decimaler.

b) $3 \cdot 0,6 = 1,8$

1 decimal i multiplikationen ger 1 decimal i svaret.

c) $0,6 \cdot 0,7 = 0,42$

2 decimaler i multiplikationen ger 2 decimaler i svaret.

1

1140 Skriv med ord.

a) 0,03

c) 0,002

b) 0,7

d) 0,95

1141 Skriv i decimalform.

a) 4 hundradelar

c) 5 tiondelar

b) 24 hundradelar

d) 1 tiondel

1142 Hur många hundradelar är

a) 0,07

b) 0,20

c) 0,6?

1143 Skriv längderna i storleksordning med den minsta längden först.

a) 7,1 m 7,08 m 7,2 m 7,18 m

b) 0,9 m 0,099 m 0,87 m 0,805 m

1144 Beräkna

a) $1,5 \text{ kg} + 0,8 \text{ kg}$

b) $1,5 \text{ kg} - 0,8 \text{ kg}$

1145 Beräkna

a) $3 \cdot 0,5 \text{ mm}$

c) $10 \cdot 0,05 \text{ mm}$

b) $3 \cdot 0,05 \text{ mm}$

d) $0,5 \cdot 0,7 \text{ mm}$

- 1146** Beräkna
- a) $2 \cdot 0,3 + 0,2$ c) $2 \cdot 0,3 - 0,02$
 b) $3 \cdot 0,7 - 0,4$ d) $2 \cdot 0,05 - 0,5$
- 1147** Anna sprang 400 m på 56,76 sekunder.
- a) Belinda sprang två tiondels sekund snabbare.
 Vilken var Belindas tid?
- b) Carlos sprang sju hundraedels sekund långsammare än Anna.
 Vilken var Carlos tid?
- c) Ibrahim sprang 35 hundraedels sekund snabbare än Anna.
 Vilken var Ibrahims tid?
- d) Farida sprang 82 hundraedels sekund snabbare än Anna.
 Vilken var Faridas tid?
- 1148** Beskriv talen med ord.
 Kan du göra det på flera olika sätt?
- a) 0,60 b) 0,072
- 1149** Vilket tal är a ?
- a) $0,25 + a = 0,3$ c) $0,2 \cdot a = 0,6$
 b) $1,2 - a = 0,9$ d) $0,2 \cdot a = 0,06$
- 1150** Tabellen visar det ekonomiska resultatet för ett företag.

År	Resultat miljoner kr (Mkr)
1	-0,20
2	0,30

Vilket belopp **A–F** nedan beskriver

- a) resultatet år 2
 b) förbättringen av resultatet mellan det första och andra året?
- A** 20 000 kr **D** 100 000 kr
B 30 000 kr **E** 300 000 kr
C 50 000 kr **F** 500 000 kr

- 1151** Vilket tal är a ?
- a) $a \cdot 0,04 \text{ kg} = 0,16 \text{ kg}$
 b) $a \cdot 0,04 \text{ kg} = 0,4 \text{ kg}$
 c) $a \cdot 0,04 \text{ kg} = 8 \text{ kg}$
- 1152** Vilket mått ligger exakt mitt emellan
- a) 0,4 mm och 1,4 mm
 b) 0,02 mm och 0,03 mm
 c) 0,02 mm och 0,2 mm?
- 1153** Beräkna differensen mellan
- a) en tiondel och en hundraedel
 b) en hundraedel och en tusendel
 c) tre hundraedlar och fjorton tusendelar.

3

- 1154** Bromssträckan för en bil kan beräknas med formeln
- $$s = 0,008 \cdot v^2$$
- där bromssträckan s meter beror på hastigheten v km/h.



- a) Beräkna bromssträckan när hastigheten är 75 km/h.
 b) Hur många gånger längre är bromssträckan vid hastigheten 100 km/h än vid hastigheten 50 km/h?
 c) Hur många gånger längre blir bromssträckan när hastigheten fördubblas?

1.2 Tal och beräkningar

Avrundning

Ibland ersätter vi ett tal med ett närliggande, mindre noggrant tal. Vi säger att vi *avrundar*, ett avrundat tal är ett *närmevärde*.

avrunda
närmevärde



- Exempel 1** En burk med 2,7 liter färg kostar 769 kr. Vi vill beräkna priset per liter.

Räknaren ger $\frac{769}{2,7}$ kr/liter = 284,814 814 ... kr/liter

Vi kan avrunda resultatet på olika sätt, t.ex:

284,814814... kr/l \approx 285 kr/l

Avrundning till hela kronor

Tecknet \approx betyder "ungefär lika med".

284,814814... kr/l \approx 284,81 kr/l

Avrundning till två decimaler

- Exempel 2** Anta att vi ska avrunda talen 7,43 och 7,48 till en decimal. 4:an kallas då för avrundningssiffran. Det är siffran som kommer efter avrundningssiffran som avgör hur vi ska avrunda.

Avrundningsregler

Om siffran efter avrundningssiffran är

Avrundningssiffran

- 0, 1, 2, 3 eller 4 behåller vi avrundningssiffran $7,43 \approx 7,4$
- 5, 6, 7, 8 eller 9 höjer vi avrundningssiffran ett steg $7,48 \approx 7,5$

Exempel 3 En metallplåt har måtten $2,5 \text{ cm} \times 24,8 \text{ cm} \times 37,5 \text{ cm}$.

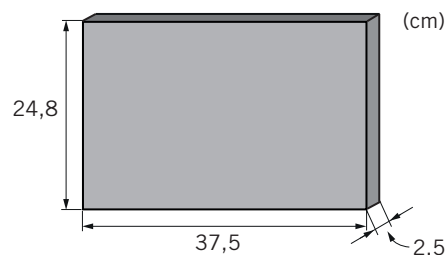
noggrannhet

Måtten är inte exakta tal utan uppmätta värden med en viss *noggrannhet*.

$$\text{Plåtens volym} = 2,5 \cdot 24,8 \cdot 37,5 \text{ cm}^3 = 2325 \text{ cm}^3 \approx 2300 \text{ cm}^3.$$

24,8 cm och 37,5 cm har tre siffrors noggrannhet, men 2,5 cm har bara två siffrors noggrannhet.

Det är därför lämpligt att avrunda svaret till två siffrors noggrannhet.



Tumregel vid beräkningar med mätvärden

Vid multiplikation och division med mätvärden avrundar vi svaret till samma noggrannhet som det minst noggranna mätvärdet har.

I verkliga situationer får sammanhanget avgöra hur vi avrundar.

▶ I t.ex. ett reportage om ett företag med 6 825 anställda är det kanske lämpligt att avrunda till 7 000 eller 6 800 personer (1 eller 2 siffrors noggrannhet).

▶ Om en beräkning ger att 4,3 snickare klarar ett visst jobb på en vecka är det kanske en bra idé att avrunda uppåt och anlita 5 snickare.

Vid beräkningar av materialåtgång är det en god regel att alltid avrunda uppåt. Annars kanske det fattas material!

1201

Avrunda beloppet 3 728 kr till

a) hundratal kronor b) tusentals kronor.

a) $3\,728 \text{ kr} \approx 3\,700 \text{ kr}$ 3 728 är närmare 3 700 än 3 800.

b) $3\,728 \text{ kr} \approx 4\,000 \text{ kr}$ 3 728 är närmare 4 000 än 3 000.

1202

Avrunda längden 6,175 m till

a) heltal b) decimaler c) hundradelar.

a) 6:an är avrundningssiffran. $6,175 \text{ m} \approx 6 \text{ m}$ Siffran efter avrundningssiffran är 1. Vi behåller 6:an.

b) 1:an är avrundningssiffran. $6,175 \text{ m} \approx 6,2 \text{ m}$ Siffran efter avrundningssiffran är 7. Vi höjer 1:an till en 2:a.

c) När vi avrundar till hundradelar (två decimaler) är 7:an avrundningssiffran. $6,175 \text{ m} \approx 6,18 \text{ m}$ Siffran efter avrundningssiffran är 5. Vi höjer 7:an till en 8:a.

1

1203 Avrunda vikterna till heltal.

a) 9,81 kg b) 12,49 kg c) 36,5 kg

1204 Avrunda längderna 1,473 m och 1,846 m till

a) en decimal b) hundradelar.

1205 Avrunda publiksiffrorna till tusental.

a) 36 376 c) 19 563

b) 41 936 d) 30 512

1206 På en verkstad kontrollvägdes tre metallcylindrar. Vikterna var

51,47 g 51,73 g 51,85 g

a) Avrunda vikterna till en decimal.

b) Beräkna medelvärdet av de tre vikterna och avrunda svaret till en decimal.

$$\left(\text{Medelvärdet} = \frac{\text{Summan}}{\text{Antalet}} \right)$$

1207 Beräkna priset i kronor per liter för oljorna.

Avrunda till hela kronor.

Olja	Volym i liter	Pris i kr
A	4	519
B	5	599
C	12	1 139

1208 Vojtek och Anders köper virke. De behöver två regler $45 \text{ mm} \times 70 \text{ mm}$, en som är 2,51 m och en som är 1,72 m.

Anders adderar längderna och avrundar enligt reglerna till 4,2 m.

Vojtek menar att Anders gjort fel. Hur tänker Vojtek?



2

1209 Ett rum har längden 7,85 m och bredden 4,95 m.

Du ska måla taket med en färg som säljs i burkar som innehåller 3 liter. På burkarna står det:

Materialåtgång: 4–6 m²/liter

a) Beräkna takets area.

(Area = Längd · Bredd)

b) Hur många färgburkar ska du köpa?

1210 En fabrik med 740 anställda producerade ett år 460 000 ton papper. Beräkna produktionen

a) per dygn b) per anställd och timme.

1211 Saras mamma säger:

Sara vägde 3,4 kg när hon föddes.

Vid födseln vägdes Sara på en digital våg.

Vilken/vilka vikter kan vågen ha visat?

Motivera ditt svar.

3 445 g 3 490 g 3 375 g
3 460 g 3 345 g 3 430 g

3

1212 I en tillverkningsindustri kan man med 3 maskiner tillverka 12 000 enheter på 5 dagar.

Hur många maskiner behövs för att tillverka samma mängd på 2 dagar?

1213 a) En träregel har måtten

$4,5 \text{ cm} \times 14,5 \text{ cm} \times 480 \text{ cm}$.

Beräkna först regelns volym och sedan dess vikt om 1 cm^3 väger 0,47 g.

(Densiteten är $0,47 \text{ g/cm}^3$)

Svara i kg och avrunda på lämpligt sätt.

b) En kopparplåt har måtten

$2,5 \text{ mm} \times 450 \text{ mm} \times 1250 \text{ mm}$.

Beräkna plåtens vikt om densiteten för koppars är $8,496 \text{ g/cm}^3$.

Svara i kg och avrunda på lämpligt sätt.

Överslagsräkning och uppskattningar

Om du inte har en räknare till hands eller om du vill kontrollera att en beräkning är rimlig kan du göra en överslagsräkning. Du får då ett ungefärligt värde och i vissa sammanhang kan det vara tillräckligt.

Hur du ska utföra en överslagsräkning beror av situationen och hur duktig du är på huvudräkning.

Som regel kan du använda:

Tumregel vid överslagsräkning

Avrunda talen i beräkningen till så enkla tal att du klarar att räkna i huvudet.

Det viktigaste är att du snabbt och enkelt får fram ett ungefärligt värde.

Exempel 1 Vi vill beräkna ett ungefärligt värde på summan $889 + 599 + 339$

Vi avrundar till hela hundratal.

$$889 + 599 + 339 \approx 900 + 600 + 300 = 1\,800$$

Vi avrundar så att vi klarar att räkna i huvudet.

Resultatet 1 800 ligger nära den exakta summan, som är 1 827.



Exempel 2 Vid en konsert säljs 1 860 biljetter för 455 kr/st. Vi vill uppskatta ett värde på intäkterna.

Överslag 1

$$1\,860 \cdot 455 \text{ kr} \approx 2\,000 \cdot 500 \text{ kr} = 1\,000\,000 \text{ kr}$$

Båda talen avrundas uppåt. Det gör att produkten blir för stor.

Överslag 2

$$1\,860 \cdot 455 \text{ kr} \approx 2\,000 \cdot 400 \text{ kr} = 800\,000 \text{ kr}$$

Ett tal avrundas uppåt och ett nedåt.

Överslag 2 ligger närmare det exakta värdet, som är 846 300 kr.

1214

Beräkna med överslagsräkning.

a) $376,50 - 198,50$ b) $2,8 \cdot 7\,148$ c) $\frac{173}{5,7}$

Vi avrundar så att vi kan räkna i huvudet.

a) $376,50 - 198,50 \approx 380 - 200 = 180$

b) $2,8 \cdot 7\,148 \approx 3 \cdot 7\,000 = 21\,000$

c) $\frac{173}{5,7} \approx \frac{180}{6} = 30$

Vi avrundar först nämnaren till 6 och sedan täljaren så att den är delbar med 6.

1215

Erik köper 480 euro (EUR). Vad får han betala om 1 euro kostar 10,62 kr (SEK)? Gör en överslagsräkning.

Överslag 1:

$$480 \cdot 10,62 \text{ kr} \approx 500 \cdot 11 \text{ kr} = 5\,500 \text{ kr}$$

Överslag 2:

$$480 \cdot 10,62 \text{ kr} \approx 500 \cdot 10 \text{ kr} = 5\,000 \text{ kr}$$

Överslag 2 ligger närmare det exakta värdet, 5 097,60 kr.

1

Beräkna med överslagsräkning.

1216 a) $735 + 561$ c) $5\,827 - 1\,709$
b) $2\,138 + 3\,784$ d) $937 - 341$

1217 a) $8,7 \cdot 5,4$ c) $\frac{28,1}{4,2}$
b) $2,8 \cdot 63$ d) $\frac{107}{5,3}$

1218 a) Kostnaden är $426,50 \text{ kr} + 382,50 \text{ kr}$.
b) Prisskillnaden är $866,50 \text{ kr} - 558,50 \text{ kr}$.
c) Vikten är $409 \cdot 6,8 \text{ kg}$.
d) Längden är $\frac{573 \text{ mm}}{2,8}$

1219 Joel har ett extrajobb med timlön. Han får 2 709 kr för 21 timmars arbete. Vilken är Joels timlön?

a) Beräkna med överslagsräkning.

b) Beräkna det korrekta värdet med räknare och jämför med ditt överslag.

1220 Avgör med överslagsräkning vilket av alternativen som ligger närmast det exakta resultatet.

a) $589 \text{ kg} + 339 \text{ kg} + 79 \text{ kg}$

600 kg 800 kg 1 000 kg 1 200 kg

b) $85 \cdot 32,50 \text{ kr}$

2 700 kr 3 000 kr 3 300 kr 3 600 kr

c) $\frac{1\,569 \text{ mm}}{78}$

11 mm 14 mm 17 mm 20 mm

1221 En bilverkstad tar 353 kr (utan moms) för att skifta till hjul med vinterdäck. En höst gjorde man 384 hjulskiften.

Jimmy uppskattar intäkterna för dessa arbeten till ca 1,2 miljoner kr.

Har han räknat rätt?

Om inte, gör en bättre överslagsberäkning.



1222 En konsert sågs av 1 196 betalande personer. Genomsnittspriset för en biljett var 360 kr.

Uppskatta intäkterna.

1223 I en lagerlokal är golvet rektangulärt med längden 27,4 m och bredden 22,9 m. Höjden i lokalen är 4,2 m.

Uppskatta lokalens

a) golvyta b) volym.

1224 Jon betalar 4 475 kr i månadshyra för sin lägenhet. Han påstår att hyran är drygt 60 000 kr per år.

Är det korrekt? Motivera ditt svar.

1225 Jorge springer 7–8 km i genomsnitt 4 gånger i veckan.

Uppskatta hur många mil han springer på ett år.

2

1226 En byggfirma med 8 anställda hade ett år intäkter på 9,68 miljoner kronor och kostnader på 8,11 miljoner kronor.

Vilket alternativ visar bäst vinsten per anställd? Motivera ditt svar.

20 000 kr	50 000 kr	80 000 kr
100 000 kr	150 000 kr	200 000 kr

1227 När Fatima fyllde 16 år funderade hon över hur många timmar hon hade levt.

Hon skrev $16 \cdot 365 \cdot 24$ h och gjorde 3 olika överslagsräkningar

A $15 \cdot 300 \cdot 20$ h = 90 000 h

B $15 \cdot 400 \cdot 20$ h = 120 000 h

C $20 \cdot 400 \cdot 25$ h = 200 000 h

Vilket är det bästa alternativet?

Motivera ditt svar.

1228 En odlare ska gödsla ett 1 850 m² stort grönsaksland med 25 g/m². Gödseln är förpackad i säckar som innehåller 10 kg.

Hur många säckar går det åt?

3

1229 Wilma och Jenny diskuterar överslagsräkning.

Wilma påstår att vid addition och multiplikation blir felet ibland mindre om man avrundar det ena talet uppåt och det andra nedåt.

Jenny påstår att detta även gäller vid subtraktion och division.

Har de rätt i sina påståenden?

Motivera ditt svar med exempel.

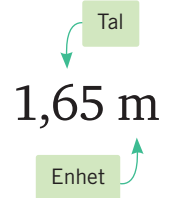
Enhetsbyten

enhet

En person är 1,65 m lång. Längden kan beskrivas med ett tal och en *enhet*. Om vi byter enhet, så måste vi även ändra talet.

Om vi väljer en mindre enhet, blir talet större och tvärtom.

1,65 m = 165 cm 750 m = 0,75 km



Tabellen visar några vanliga enheter för volym, massa och längd:

Volym				l (liter)	dl (deciliter)	cl (centiliter)
						ml (milliliter)
Massa	kg (kilogram)	hg (hektogram)		g (gram)		mg (milligram)
Längd	km (kilometer)			m (meter)	dm (decimeter)	cm (centimeter)
						mm (millimeter)

Arrows above the table indicate multiplication by 10 (· 10) from right to left. Arrows below the table indicate division by 10 (/10) from left to right.

Exempel 1 En person är 165 cm. Hur många decimeter (dm) respektive meter motsvarar det? Vi använder tabellen och dividerar talet med 10 för varje steg åt vänster.

$$165 \text{ cm} = \frac{165}{10} \text{ dm} = 16,5 \text{ dm} = \frac{16,5}{10} \text{ m} = 1,65 \text{ m}$$

Större enhet, vi byter till mindre tal.

Exempel 2 En snickarhammare väger 0,75 kg. Hur många gram (g) motsvarar det? Vi använder tabellen och multiplicerar talet med 10 för varje steg åt höger.

$$0,75 \text{ kg} = 0,75 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ g} = 750 \text{ g}$$

Mindre enhet, vi byter till större tal.

Exempel 3 En matsked är 15 ml. Hur många liter (l) motsvarar det? Vi använder tabellen och dividerar talet med 10 för varje steg åt vänster.

$$15 \text{ ml} = \frac{15}{10 \cdot 10 \cdot 10} = 0,015 \text{ l}$$

Större enhet, vi byter till mindre tal.

Ytterligare några enheter:

Tid: 1 år = 365 dygn
1 dygn = 24 h
1 h = 60 min
1 min = 60 s

Längd: 1 mil = 10 km
1 tum = 2,54 cm
Massa: 1 ton = 1 000 kg
Effekt: 1 hk (hästkraft) ≈ 735,5 W (watt)

1230

Skriv längden 375 cm i enheten

- a) mm b) m

a) Från 375 cm till mm:
 $375 \text{ cm} = 375 \cdot 10 \text{ mm} = 3\,750 \text{ mm}$

Från större till mindre enhet.
Multiplitera med 10.

b) Från 375 cm till m:
 $375 \text{ cm} = \frac{375}{100} \text{ m} = 3,75 \text{ m}$

Från mindre till större enhet.
Dividera med $10 \cdot 10 = 100$.

1231

Skriv massan 4,5 g i enheten

- a) mg b) kg

a) Från 4,5 g till mg:
 $4,5 \text{ g} = 4,5 \cdot 1\,000 \text{ mg} = 4\,500 \text{ mg}$

Från större till mindre enhet.
Multiplitera med $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

b) Från 4,5 g till kg:
 $4,5 \text{ g} = \frac{4,5}{1\,000} \text{ kg} = 0,0045 \text{ kg}$

Från mindre till större enhet.
Dividera med $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$.

1232

Medelhastigheten v kan beräknas med formeln $v = \frac{s}{t}$ där s är sträckan och t är tiden.

När Måns från Landskrona kör och hälsar på sin kusin Glenn i Marstrand brukar det ta 3 h 15 min, inklusive raster. Mellan Landskrona och Marstrand är det 28 mil.

Beräkna vilken medelhastighet Måns har.

$$\text{Sträckan } s = 28 \text{ mil} = 280 \text{ km}$$

$$15 \text{ minuter} = \frac{15}{60} \text{ h} = 0,25 \text{ h}$$

$$\text{Tiden } t = 3 \text{ h } 15 \text{ min} = 3,25 \text{ h}$$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{280}{3,25} \text{ km/h} \approx 86 \text{ km/h}$$

Avrunda till hela km/h.

Svar: Medelhastigheten är 86 km/h.

1

Skriv av och ersätt rutan med rätt tal.

1233 a) $5 \text{ km} = \square \text{ m}$ c) $28 \text{ mm} = \square \text{ cm}$
 b) $7 \text{ dm} = \square \text{ mm}$ d) $128 \text{ mm} = \square \text{ m}$

1234 a) $3 \text{ kg} = \square \text{ g}$ c) $25 \text{ cl} = \square \text{ l}$
 b) $600 \text{ g} = \square \text{ kg}$ d) $5,2 \text{ l} = \square \text{ ml}$

1235 a) $7 \text{ dygn} = \square \text{ h}$ c) $15 \text{ min} = \square \text{ h}$
 b) $6,5 \text{ min} = \square \text{ s}$ d) $0,4 \text{ h} = \square \text{ min}$

1236 a) $3 \text{ l} = \square \text{ cl}$ c) $0,48 \text{ l} = \square \text{ dl}$
 b) $25 \text{ cl} = \square \text{ l}$ d) $650 \text{ ml} = \square \text{ l}$

1237 Skriv som gram (g).
 a) 3,5 hg b) 0,8 kg c) 75 mg

1238 Ken har 4,8 liter smörjolja som han ska fylla i mindre oljekannor. Hur många kannor kan han som mest fylla om varje kanna rymmer
 a) 4,2 dl b) 35 cl c) 12 cl?

1239 Vilka volymer är lika stora?

500 ml	5 cl	0,5 dl
5 dl	1/2 liter	50 ml

1240 Skriv vikterna i storleksordning, med den minsta först.

2500 mg	20 g	0,15 hg	0,01 kg
---------	------	---------	---------

2

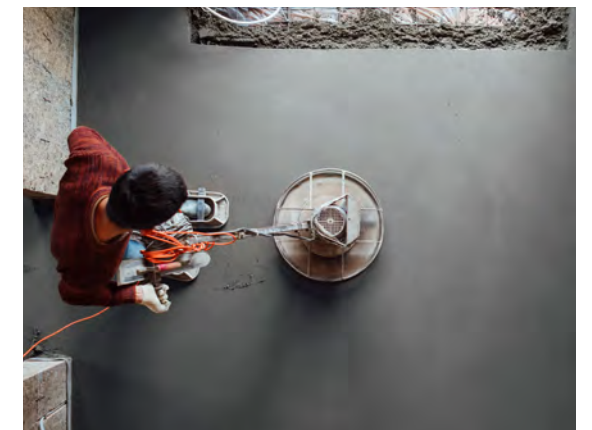
1241 Du ska sätta kakelplattor som med fog inräknat är 20 cm breda och 10 cm höga på en vägg som är 3,20 m bred och 2,50 m hög. Hur många plattor går åt?

1242 a) En båtmotor är märkt 8 hk. Hur många watt är det?
 b) En EU-moped (klass 2) har en motor som inte får ge mer än $1 \text{ kW} = 1\,000 \text{ W}$. Hur många hästkrafter är det?

1243 Beräkna medelhastigheten i km/h för en bil som kör sträckan
 a) 14,7 mil på tiden 1 h 45 min
 b) 90 m på tiden 4,5 s.

1244 Enheten 1 tum (1") är exakt 25,4 mm. Hur många mikrometer är skillnaden mellan 1/4" och 6,30 mm?

1245 Du ska gjuta ett 60 mm tjockt betonggolvt i ett rektangulärt badrum med måtten $210 \text{ cm} \times 160 \text{ cm}$.
 a) Hur många liter betong går det åt? (Volym = längd \times bredd \times höjd och $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$)
 b) Hur många säckar betong ska du köpa om varje säck väger 25 kg och ger 16 liter betong?



Aktivitet

Det är inte bara svaret som räknas!

I den här aktiviteten får du jämföra olika lösningar till en och samma uppgift och sedan skriva en egen lösning. Syftet är att du ska utveckla din skriftliga kommunikationsförmåga.

- 1 Albin, Billy och Christoffer har löst följande uppgift på olika sätt. Mia körde bil i 3,5 timmar med jämn hastighet. Hon kom då 25 mil. Hur långt kom hon på 40 minuter? Jämför deras lösningar. Hur har de tänkt? Är lösningarna möjliga att följa och förstå? Är de fullständiga eller saknas något steg? Använder de matematikens språk och symboler på ett lämpligt sätt?

Albins lösning:

$$25 \text{ mil} = 250 \text{ km} = \frac{250}{3,5} = 71 \text{ km/h}$$

$$\frac{71}{60} \approx 1,18 \cdot 40 = 47 \text{ km}$$

Billys lösning:

$$\text{Hastigheten} = \frac{\text{sträckan}}{\text{tiden}} = \frac{250 \text{ km}}{3,5 \text{ h}} = 71,4 \text{ km/h}$$

$$40 \text{ min} = \frac{2}{3} \text{ timme} \approx 0,7 \text{ h}$$

$$0,7 \cdot 71,4 = 49,98 \text{ km}$$

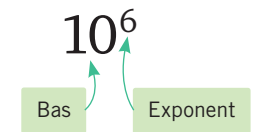
Christoffers lösning:

250 KM	210 MIN
1,19 KM	1 MIN
47 KM	40 MIN

- 2 Skriv en egen "perfekt" lösning till uppgiften. Ta hänsyn till de synpunkter du hade på Albins, Billys och Christoffers lösningar. Beskriv vad som gör din lösning perfekt.

Tiopotenser

Stora och små tal kan skrivas med hjälp av potenser.
 1 miljon = 1 000 000 = $\underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{6 \text{ tior}} = 10^6$



10^6 är ett tal i potensform med basen 10 och exponenten 6.

tiopotenser Eftersom basen är tio kallas 10^6 för en *tiopotens*. I tabellen nedan ser du tal skrivna som tiopotenser:

Tiopotens	Värde	Med ord
10^6	1 000 000	Miljon
10^5	100 000	Hundratusen
10^4	10 000	Tiotusen
10^3	1 000	Tusen
10^2	100	Hundra
10^1	10	Tio
10^0	1	Ett
10^{-1}	0,1	Tiondel
10^{-2}	0,01	Hundradel
10^{-3}	0,001	Tusendel
10^{-4}	0,000 1	Tiotusendel
10^{-5}	0,000 01	Hundratusendel
10^{-6}	0,000 001	Miljondel

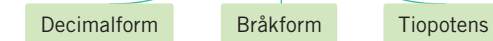
Tiopotenser med positiv exponent har ett värde större än 1.

Tiopotenser med negativ exponent har ett värde mellan 0 och 1.

Observera att 10^{-2} inte är ett negativt tal, utan 10^{-2} är ett annat sätt att skriva en hundradel.

$$\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$\text{En hundradel} = 0,01 = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

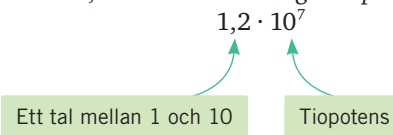


De allra flesta tal vi möter i vardagslivet kan skrivas som en produkt mellan ett tal i decimalform och en tiopotens.

- Exempel 1** Sträckan 5 800 m kan skrivas 5,8 tusen meter = $5,8 \cdot 1\,000 \text{ m} = 5,8 \cdot 10^3 \text{ m}$
 Sträckan 0,034 m kan skrivas 3,4 hundradels meter = $3,4 \cdot 0,01 \text{ m} = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$

Exempel 2 Tal med många nollor kan med hjälp av tiopotenser skrivas på olika sätt, t. ex:
 Talet 12000000 kan skrivas $12 \cdot 10^6$ eller $1,2 \cdot 10^7$

grundpotensform Talet $1,2 \cdot 10^7$ är skrivet i *grundpotensform*.



När man skriver ett tal i grundpotensform, skriver man det som en produkt av ett tal mellan 1 och 10 och en tiopotens.

De flesta räknare visar stora och små tal i grundpotensform. Undersök hur du skriver in och avläser tal med tiopotenser i ditt digitala verktyg/räknare. Talet $1,2 \cdot 10^7$ kan t.ex. skrivas 1.2E7

1246 Skriv talen $2 \cdot 10^7$ och $2,4 \cdot 10^7$ utan tiopotenser.

$$2 \cdot 10^7 = 2 \cdot 10\,000\,000 = 20\,000\,000$$

$$2,4 \cdot 10^7 = 2,4 \cdot 10\,000\,000 = 24\,000\,000$$

1247 Skriv talen $5 \cdot 10^{-3}$ och $5,7 \cdot 10^{-3}$ i decimalform.

$$5 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 0,001 = 0,005$$

$$5,7 \cdot 10^{-3} = 5,7 \cdot 0,001 = 0,0057$$

1248 Beräkna $10^3 \cdot 10^2$ och svara med en tiopotens.

$$10^3 \cdot 10^2 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10}_{3 \text{ tior}} \cdot \underbrace{10 \cdot 10}_{2 \text{ tior}} = 10^5$$

1249 Beräkna $3,2 \cdot 10^{17} \cdot 2 \cdot 10^{-3}$

Testa hur du skriver in på ditt digitala verktyg
 T.ex. 3.2 17 2 3

Svar: $6,4 \cdot 10^{14}$

1

1250 Skriv utan tiopotenser.

- a) 10^3 c) $4,5 \cdot 10^3$
 b) $4 \cdot 10^3$ d) $4,8 \cdot 10^6$

1251 Skriv som en tiopotens.

- a) 100 c) 1 miljard
 b) 10000000 d) 1000

1252 Beräkna. Skriv resultatet utan tiopotenser.

- a) $10^2 + 10^3$ b) $10^4 - 10^3$

1253 Beräkna

- a) $2 \cdot 4 \cdot 10^3$
 b) $2 \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^3$
 c) $2 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^6$

d) Gör beräkningarna i a), b) och c) på din räknare.

1254 Skriv med tiopotenser.

- a) 20000 c) 25000
 b) 2000000 d) 2800000

1255 Skriv i decimalform utan tiopotenser.

- a) 10^{-3} c) 10^{-5}
 b) $5 \cdot 10^{-3}$ d) $4,1 \cdot 10^{-5}$

1256 Vilket tal är störst, $8 \cdot 10^{-6}$ eller $5 \cdot 10^2$?
 Motivera ditt svar.

1257 Skriv som en tiopotens.

- a) ett hundra c) ett tusen
 b) en hundradel d) en tusendel

1258 Vilket tal ska stå i rutan?

- a) $0,04 = 4 \cdot 10^{\square}$
 b) $0,00003 = 3 \cdot 10^{\square}$
 c) $0,00000065 = 6,5 \cdot 10^{\square}$

1259 Skriv talen i storleksordning med det minsta först.

- 40000 $5 \cdot 10^{-3}$ 0,09 $3 \cdot 10^5$

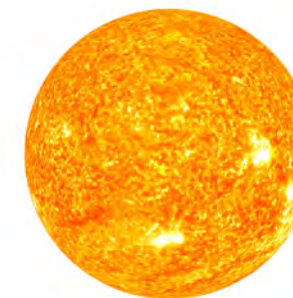
2

1260 Teo påstår att 10^{-6} är ett negativ tal eftersom exponenten är negativ. Robin säger att det är ett tal mellan 0 och 1.

Har någon av dem rätt? Motivera.

1261 Avståndet mellan jorden och solen är $1,5 \cdot 10^{11}$ m. Till stjärnan Sirius är det 540000 gånger så långt.

Beräkna avståndet till Sirius.



1262 Beräkna

- a) $4 \cdot 5 \cdot 10^3$
 b) $4 \cdot 5 \cdot 10^{-3}$
 c) $4 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}$

3

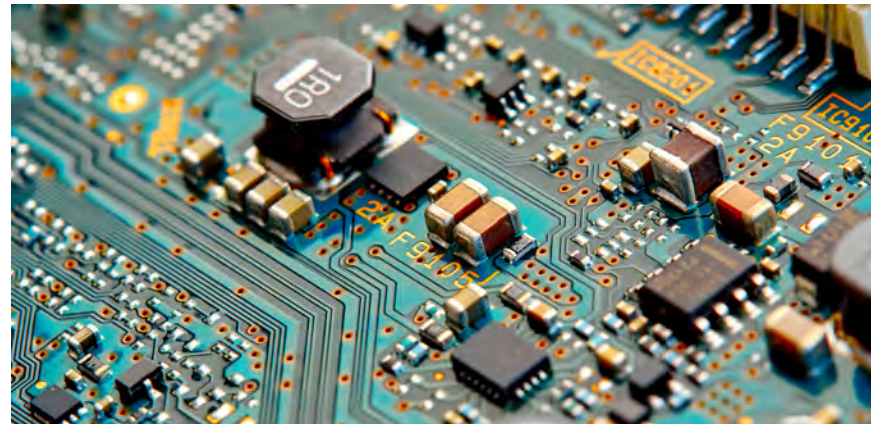
1263 Skriv det tal som

- a) ligger exakt mitt emellan 10^{-1} och 10^{-2}
 b) är hälften så stort som $4 \cdot 10^{-6}$
 c) är summan $10^{-3} + 10^{-3}$
 d) är fyra gånger så stort som 10^{-5} ?

1264 Vilket eller vilka av alternativen är mindre än 5 miljondelar?

- A** $10^{-2} \cdot 10^{-3}$ **D** $\frac{5}{10^4 + 10^4}$
B $10^{-6} + 10^{-6}$ **E** $\frac{8}{2\,000\,000}$
C $\frac{9}{10^7}$ **F** $\frac{0,5}{99\,000}$

Prefix



Exempel 1 Storleken på datafiler mäts i enheten byte, som förkortas B.

Vi kan skriva 4,5 miljoner byte på olika sätt.

$$4\,500\,000\text{ B} = 4,5 \cdot 10^6\text{ B} = 4,5\text{ MB (megabyte)}$$

Mega, som förkortas M, står för en miljon, $1\,000\,000 = 10^6$.

prefix Ett *prefix* är i matematiken ett ord som motsvarar en tiopotens. De kan skrivas framför enheter som t.ex. gram (g), liter (l) eller byte (B).

Tabellen visar de vanligaste prefixen:

Beteckning	T	G	M	k	h	d	c	m	μ	n	p
Prefix	tera	giga	mega	kilo	hekto	deci	centi	milli	mikro	nano	piko
Tiopotens	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Exempel 2 En tillverkad produkt i metall har toleransen 9 miljondels meter. Det betyder att längden inte får avvika med mer än 9 miljondels meter.

Vi kan skriva 9 miljondels meter med hjälp av prefixet mikro.
 $0,000\,009\text{ m} = 9 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 9\ \mu\text{m}$ (mikrometer)

1265 Skriv med ett lämpligt prefix framför enheten inom parentes.

- | | |
|--|------------------------------|
| a) $5 \cdot 10^6$ byte (B) | c) 1,9 tusen kronor (kr) |
| b) $7,2 \cdot 10^{-6}$ meter (m) | d) 1 hundra del liter (l) |
| a) $5 \cdot 10^6\text{ B} = 5\text{ MB}$ | c) 1,9 tusen kr = 1,9 kkr |
| b) $7,2 \cdot 10^{-6}\text{ m} = 7,2\ \mu\text{m}$ | d) 1 hundra del liter = 1 cl |

1 hundra del = 10^{-2}

1266 Skriv utan prefix eller tiopotens.

- | | |
|--|-----------------|
| a) Effekten 12 kW | b) Längden 7 mm |
| a) $12\text{ kW} = 12 \cdot 10^3\text{ W} = 12 \cdot 1\,000\text{ W} = 12\,000\text{ W}$ | |
| b) $7\text{ mm} = 7 \cdot 10^{-3}\text{ m} = 7 \cdot 0,001\text{ m} = 0,007\text{ m}$ | |

1267 Storleken på ett datorminne är 64 gigabyte (GB). Hur många megabyte (MB) motsvarar det?

Vi ska byta från prefixet giga (10^9) till mega (10^6).
 $64\text{ GB} = 64\,000\,000\,000\text{ B} = 64\,000\text{ MB}$

1

1268 Skriv med prefix.

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) $7 \cdot 10^3\text{ m}$ | c) $9 \cdot 10^9\text{ B}$ |
| b) $6 \cdot 10^6\text{ B}$ | d) $2 \cdot 10^{-3}\text{ g}$ |

1269 a) Skriv utan prefixet kilo, k.

Massan 2 kg	Energien 2,5 kJ
Effekten 5 kW	Sträckan 14,8 km

b) Skriv utan prefixet mega, M.

Effekten 5 MW	Energien 7,5 MJ
Datamängden 0,5 MB	

1270 Skriv med ett lämpligt prefix framför enheten.

- | | |
|------------|----------------|
| a) 8 000 g | c) 92 000 m |
| b) 500 g | d) 4 000 000 B |

1271 Vilket tal ska stå i rutan?

- | |
|---|
| a) $4,2\text{ MJ} = \square\text{ J}$ |
| b) $47\text{ mm} = \square\text{ m}$ |
| c) $17\text{ TB} = \square\text{ GB}$ |
| d) $0,18\text{ kg} = \square\text{ hg}$ |

1272 Ett vindkraftverk kan ge effekten 3 MW. Hur många kW motsvarar det?



- 1273** Skriv utan prefixen milli (m) och mikro (μ).
- Längden 2 mm
 - Längden 25 mm
 - Längden 6 μm
 - Längden 68 μm

- 1274** Maskrosens pollenkorn är ca 0,028 mm i diameter.
Hur många mikrometer är det?

- 1275** I flera digitala produkter används ett tunt guldsikt vid elektriska kontaktytor. Tjockleken på guldsiktken kan vara 2 μm .
Skriv tjockleken i enheten millimeter.

2

- 1276** Energiinnehållet i livsmedel kan anges både i kilojoule (kJ) och kilokalorier (kcal).
1 kcal \approx 4,2 kJ
- Skriv 2500 kcal utan prefix.
 - Hur många MJ är 2500 kcal?

- 1277** Mbit/s och Mbps står för Megabit per sekund.

Det är ett vanligt mått på överförings-hastigheten i en datalänk.

Det gäller att 1 byte (B) = 8 bit.

- Hur många MB är 45 Mbit?
- Hur många Gbit/s är 1500 Mbit/s?
- Hur lång tid tar det att ladda ner en datafil på 6,8 MB om överförings-hastigheten är 1,2 Gbit/s?
- Hur stor datamängd laddas ned på 25 min om hastigheten är 1800 Mbit/s?

- 1278** Din mobil har ett minnesutrymme på 2,3 GB. Dina digitala filmklipp är i genomsnitt 4,7 MB.
Hur många filmklipp ryms i din mobil? Gör en överslagsräkning.

- 1279** Vilket eller vilka av följande alternativ är detsamma som 200 μm ?

- 2 tusendels meter
- 0,2 mm
- 2 tusen nanometer
- $2 \cdot 10^{-4}$ m
- 0,002 cm

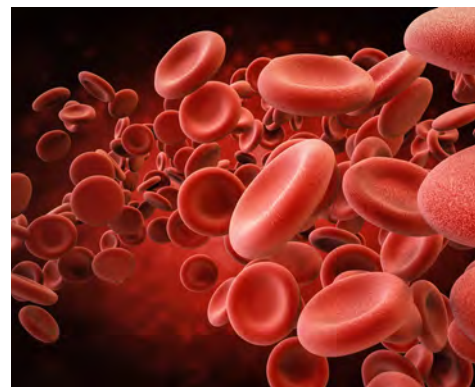
- 1280** a) Skriv datamängderna i storleksordning med den minsta först.

800 000 kB	400 MB	0,5 GB
$6 \cdot 10^8$ B	0,5 miljarder byte	

- b) Vilket eller vilka av följande alternativ är detsamma som 1800 kW?

18 miljoner watt	1,8 MW
180 tusen watt	$1,8 \cdot 10^5$ W

- 1281** En vuxen människa har ca $2,5 \cdot 10^{13}$ röda blodkroppar. Varje blodkropp är ca $7 \cdot 10^{-3}$ mm lång.
Anta att blodkropparna kunde läggas i rad.
Hur lång skulle raden bli i kilometer?



- 1282** Skriv utan prefix och i grundpotensform.

- Energiförbrukningen 28 000 kJ
- Datamängden är 15 TB.

Historik

Från vargben till datorer

Den matematik vi idag känner till och använder oss av, har utvecklats under tusentals år och härstammar från många olika kulturer.

- Ett av de äldsta fynden med matematisk anknytning hittades i Tjeckien. Det är ett ca 30 000 år gammalt vargben med inristade skåror ordnade fem och fem.
- Nästan 4000 år gamla egyptiska papyrusrullar och babyloniska lertavlor visar oss hur och till vad matematiken användes.
- Grekerna skapade för ca 2500 år sedan den rena matematiken och den struktur med satsar och bevis som används än idag.
- Den arabiska matematiken gav oss bl.a. algebran, men bidrog också till att sprida känd matematik som t.ex. siffror och talsystem från indierna.
- I Europa fick matematiken en stark ställning och blev ett viktigt verktyg när naturvetenskapen utvecklades från 1500-talet och framåt.
- Idag spelar datorer och matematiska modeller en viktig roll i vårt samhälle och dess utveckling.



Gammal babylonisk lertavla. Babylonien var beläget vid floderna Eufrat och Tigris i nuvarande Irak.

I det gamla romarriket, för 2500 år sedan, skrev man tal med hjälp av bokstäver.

De romerska talsymbolerna är:

1 = I	100 = C
5 = V	500 = D
10 = X	1000 = M
50 = L	

Andra tal skrivs t.ex. så här:

23 = XXIII

327 = CCCXXVII.

En mindre symbol framför en större betyder att den ska dras ifrån den större, t.ex. 4 skrivs IV och 19 skrivs XIX.

- 1** Skriv med romerska siffror

- 37
- 59
- summan av XXXIII och XXVIII
- produkten av XII och IX
- differensen mellan DL och CCXX.

- 2** I datorer används binära tal. Det binära talsystemet är ett positionssystem med endast två siffror: 0 och 1.

Talen 1–5 i vårt vanliga talsystem skrivs 1, 10, 11, 100, 101 i det binära systemet.

Vilket tal i vårt talsystem skrivs 1101 i det binära systemet?

Enheten tum

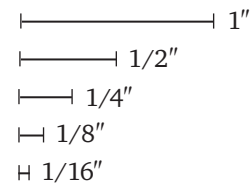


Tum är ett gammalt längdmått som fortfarande används i olika sammanhang. I Sverige infördes metersystemet redan 1878, men i flera branscher har man fortsatt att mäta i tum (inch). Idag används tum framförallt i England och USA.

Du som framöver kommer att arbeta med t.ex: däck, VVS, hydraulik, renovering av gamla motorer, maskiner eller i byggsektorn kommer garanterat att stöta på enheten tum.

tum $1 \text{ tum} = 1'' = 25,4 \text{ mm}$

I tumsystemet används bråk för att ange mått som är mindre än 1". 1 tum delas med 2 upprepade gånger.



Exempel Fälgdiametern på ett däck anges i tum. Ett personbilsdäck har en fälg som är 17".

Vi skriver 17" i millimeter:

$$17'' = 17 \cdot 25,4 \text{ mm} = 431,8 \text{ mm} \approx 432 \text{ mm}$$

Fälgen har diametern 432 mm.

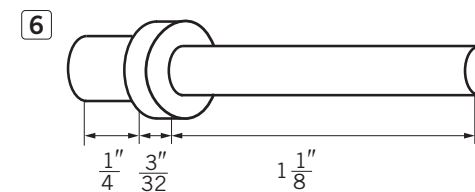
- Beräkna fälgdiametern i hela mm till ett
 - personbilsdäck som har en fälg på 16"
 - entreprenaddäck som har en fälg på 25".
- Förut var det vanligt att dimensioner på virke angavs i tum. Beräkna måtten i hela mm för
 - en regel med tjockleken 2" och bredden 4" (en 2 tum 4-regel)
 - en bräda med tjockleken 3/4" och bredden 7".



Figuren visar en bricka och en bult. Kan brickan användas till bulten? Motivera ditt svar.

- En hydraulslang har dimensionen 32 mm. Hur många tum är det? Välj ett av alternativen **A–D** nedan.

A $1 \frac{1}{4}''$ **B** $1 \frac{1}{8}''$ **C** $1 \frac{3}{8}''$ **D** $1 \frac{7}{16}''$
- Många äldre amerikanska bilar har tumgångor. Vilken är diametern i mm på en 9/16" gänga? Avrunda till en decimal.



Hur lång är hela niten på ritningen
a) i tum b) i millimeter?

- I en bakaxel i en bil sitter ett kugghjul som kallas pinjong. Pinjonghuvudet har en märkning med avvikelsen i längd från ett grundvärde. Idag anges avvikelsen i hundradels millimeter men på gamla bilar kan märkningen ange tusendels tum. På en gammal Volvo PV 544 är avvikelsen 23 hundradels millimeter. Hur mycket är det i tusendels tum?
- En tumdimension på en bult kan skrivas $1/2'' - 13$. De första siffrorna anger bultens diameter i tum och de sista anger gängstigningen, dvs. antalet gängor per tum.
 - En bult med tumdimensionen $1/2'' - 13$ har en gängad del som är 43 mm. Hur många gängor har bulten?
 - När man ska gänga med en skärande gängtapp med dimensionen $5/16'' - 18$ borrar man först ett hål med en diameter som är 1,34 mm mindre än gängan. Bestäm diametern och djupet i mm för hålet om man vill ha 54 gängor.
- På äldre amerikanska bilmodeller anges ofta motorvolymen i kubiktum. En kubiktum motsvarar 0,0164 liter.
 - Ange motorvolymen i liter hos en motor på 350 kubiktum.
 - En motor har en volym på 5 liter. Hur stor är motorvolymen i kubiktum?
 - Kolvarean i en motorcylinder är 11,8 kvadrattum och slaglängden är 82,3 mm. Beräkna cylindervolymen i kubiktum. (Volymen = arean · slaglängden)

Kronhjul och pinjong



I centrumväxeln i maskiners bak- och framaxel sitter två kugghjul, kronhjul och pinjong.

När ett nytt par av kronhjul och pinjong ska monteras måste kugghjulens läge ställas in så att kugghjulen inte skadas.

Ett justermellanlägg monteras på axeln till pinjongen så att kugghjulen monteras in rätt. Två märkningar som anger tillverkningsavvikelsen läses av. En märkning finns på pinjongen och en märkning finns på axelkåpan. Båda märkningarna anger avvikelsen i hundradels mm.

Tjockleken, T , i mm för justermellanlägget beräknas med formeln:

$$T = 1,80 + L - P$$

där L är axelkåpans märkning och P är pinjongens märkning.

Märkningen -7 på pinjongen betyder att den blev 0,07 mm kortare än det nominella värdet (basmåttet).

Märkningen 8 på pinjongen betyder att den blev 0,08 mm längre än det tänkta nominella värdet.

$$1,80 \pm 0,07$$

Nominellt värde Tolerans

Exempel Vi beräknar tjockleken på justermellanlägget när pinjongen har märkningen -10 och axelkåpan märkningen 7.

$$\begin{aligned} \text{Märkningen ger } L &= 0,07 \text{ mm och } P = -0,10 \text{ mm} \\ T &= 1,80 + 0,07 - (-0,10) \text{ mm} = 1,80 + 0,07 + 0,10 \text{ mm} = \\ &= 1,97 \text{ mm} \end{aligned}$$

Justermellanlägget ska vara 1,97 mm.

Två minustecken intill varandra ersätts med ett plustecken.

- Vilken tjocklek ska justermellanlägget ha om axelkåpan har märkningen 8 och pinjongen märkningen
a) 6 b) 10?
- Axelkåpan i en hjullastare har märkningen 7. Vilken tjocklek på justermellanlägget ska användas om pinjongen har märkningen
a) -5 b) -15 ?
- För vilken märkning på pinjongen, positiv eller negativ, är justermellanläggets tjocklek störst?
- Centrumväxeln på en tipptruck ska renoveras och pinjong och kronhjul byts ut. När nya kugghjul ska monteras upptäcker du att pinjongen saknar märkning. Efter att du har testat dig fram kommer du fram till att justermellanlägg med tjockleken 1,88 mm passar. Vilken märkning skulle pinjongen ha haft om axelkåpan har märkningen
a) 10 b) 6?
- På en utgående axel monteras en distansring för att justera spelet (glappet). Distansringens tjocklek, T mm, beräknas med formeln
$$T = \frac{A+B}{2} - D - S$$
där S är det tillåtna spelet och kan variera mellan (0,05–0,20) mm. Inom vilket intervall ska distansringens tjocklek vara om $A = 9,46$ mm, $B = 9,44$ mm och $D = 5,0$ mm?
6 Justermellanläggets tjocklek, T mm, kan också beräknas med formeln
$$T = 41,2 - E + F - G - H$$
där E, F, G, H motsvarar olika komponenters avvikelser och anges i hundradels millimeter. Beräkna justermellanläggets tjocklek om
 - E har märkningen 4000
 - F har märkningen -2
 - G har märkningen 30
 - H har märkningen -10 .



Mätverktyg

Under din yrkesutbildning och i ditt framtida yrkesliv kommer du använda olika typer av mätverktyg. Det kan t.ex. gälla verktyg för att mäta tryck, spänning och vinklar. Andra exempel är verktyg för att mäta in- och utvändiga diametrar och för att mäta hur jämn en yta är.

Vid mätning finns det alltid en viss mätosäkerhet som kan ge upphov till mätfel. Mätosäkerhet kan bero på någon av följande faktorer:

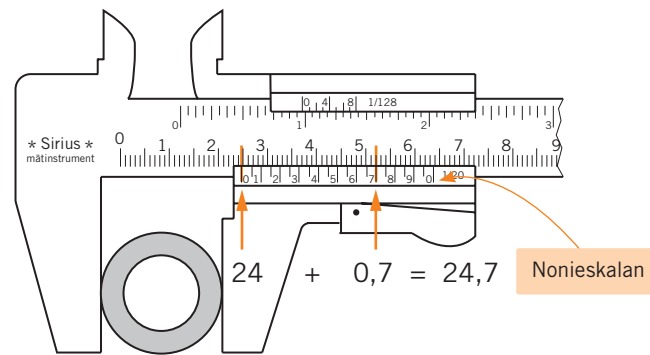
- ▶ Mätverktyget är trasigt eller hanteras på ett felaktigt vis.
- ▶ Mätvärdet har påverkats av t.ex. felaktig avläsningsvinkel, smuts på mätytan eller av mycket höga eller låga temperaturer hos mätverktyg och material.
- ▶ Många mätverktyg har även en given mätosäkerhet som anger hur noggrant mätverktyget mäter. Exempelvis kan mätosäkerheten på tryckgivare avvika med någon hundraleds procent och avvikelser hos koordinatmätmaskiner (mäter i 3D) kan vara så låg som några tusendels millimeter.

Vi tittar närmare på mätverktygen skjutmått och mikrometerskruv:

Skjutmått

Med skjutmått kan man mäta med en noggrannhet av 0,1 mm. Man kan mäta invändiga mått, utvändiga mått och djupmått.

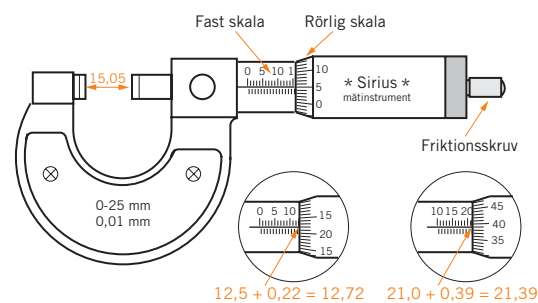
- 1 Avläs hela mm genom att se var 0 på nonieskalan möter mätskalan.
- 2 Avläs antal tiondels mm genom att se vilket streck på nonieskalan (den rörliga skalan) som står mitt för ett streck på mätskalan.



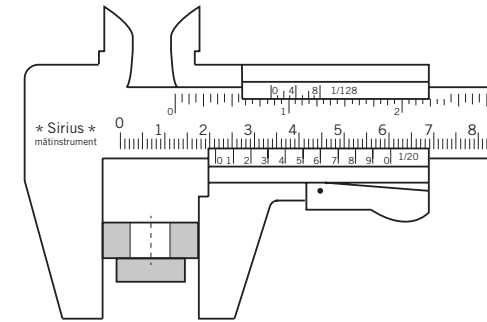
Mikrometerskruv

En mikrometerskruv, ofta kallad mikrometer, mäter med noggrannheten 0,01 mm (inte i mikrometer (µm) som man kan tro av namnet).

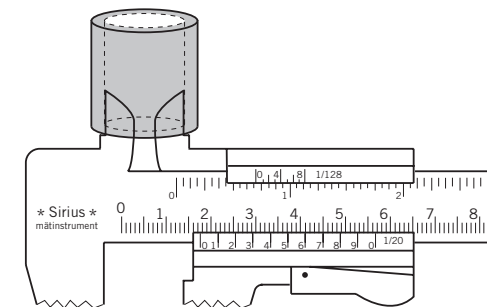
- 1 Läs av hela och halva mm på mikrometers fast skala.
- 2 Läs av antalet hundraleds mm på den rörliga skalan. Notera att två varv på den rörliga skalan motsvarar 1 mm.



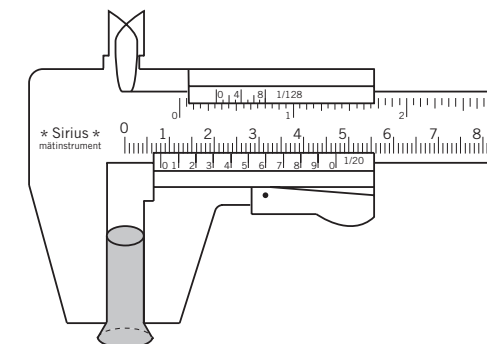
1 Hur bred är detaljen?



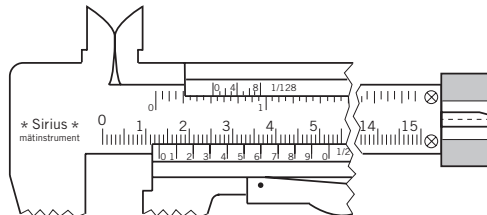
2 Vilken innerdiameter har muffen?



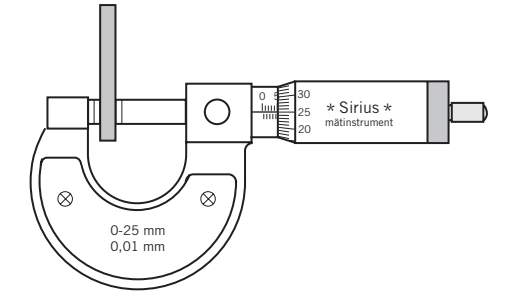
3 Vilken diameter har niten?



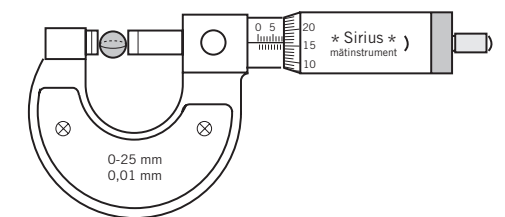
4 Hur djupt är hålet?



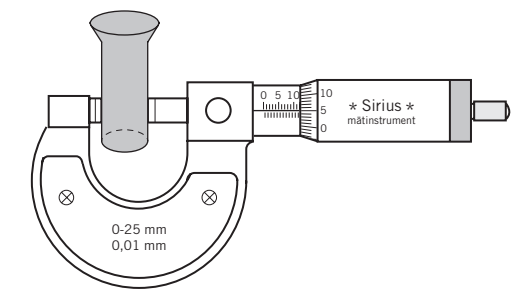
5 Hur bred är detaljen?



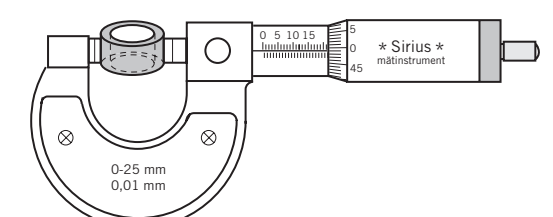
6 Vilken diameter har kulan?



7 Vilken diameter har niten?



8 Vilken är lagrets yttermått?



Toleranser

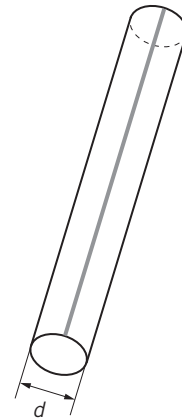
tolerans Att tillverka en produkt eller komponent med exakta mått är omöjligt. Den tillåtna avvikelser eller variationen från ett givet basmått, det mått som t.ex. står angivet på ritningen, kallas *tolerans*.

Det finns internationella, standardiserade toleranskrav, så kallade ISO-toleranser.

Exempel 1 På en mekanisk verkstad ska rostfria rör tillverkas. Den utvändiga diametern har basmättet 63,5 mm med en tolerans enligt ISO 1127, se tabell.

Tolerans-klass	Tolerans
D2	±0,50 mm
D3	±0,30 mm

Toleranstabell för utvärdig diameter enligt ISO 1127.

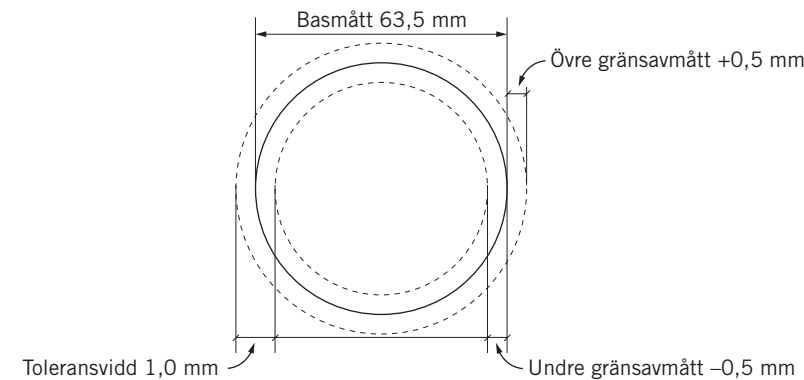


Toleransklass D2 innebär att:

- gränsmått**
- Den största tolererade diametern, det *övre gränsmåttet*, är $63,5 \text{ mm} + 0,5 \text{ mm} = 64 \text{ mm}$.
 - Den minsta tolererade diametern, det *undre gränsmåttet*, är $63,5 \text{ mm} - 0,5 \text{ mm} = 63 \text{ mm}$.

toleransvidd Skillnaden mellan övre och undre gränsmått kallas *toleransvidd*. Toleransvidden = $64 \text{ mm} - 63 \text{ mm} = 1 \text{ mm}$.

gränssavmått Toleranserna +0,5 mm och -0,5 mm kallas övre respektive undre *gränssavmått*. Om övre- och undre gränssavmått, som här, är lika stora kallas det symmetrisk tolerans.



Toleransen uppåt och nedåt i Exempel 1 är lika stora och kallas därför för en symmetrisk tolerans. Vi kan skriva:

$$\text{Diametern} = (63,5 \pm 0,5) \text{ mm} \text{ eller}$$

$$\text{Diametern} = (63,5^{+0,5}_{-0,5}) \text{ mm}$$

Det senare skrivsättet fungerar även då toleransvidden inte är symmetrisk runt basmättet.

Basmått och toleranser presenteras ofta i tabeller, där olika toleransgrader anger noggrannheten.

Exempel 2

Basmått (mm)	Toleransgrad			
	9	10	11	12
(50) – 80	74	120	190	300
(80) – 120	87	140	220	350
(120) – 180	100	160	250	400
(180) – 250	115	185	290	460

(50) betyder att värdet är större än 50 men inte lika med 50.

Utdrag ur toleranstabell enligt ISO 286-1. Toleransvidder angivna i μm .

I tabellen ser vi att basmättet 120 mm med toleransgrad 12 har toleransvidden 350 μm . Toleransvidden är symmetrisk runt basmättet om inget annat anges.

Vi beräknar övre och undre gränsmått:

$$\text{Gränssavmått} = \frac{350 \mu\text{m}}{2} = 175 \mu\text{m} = 0,175 \text{ mm}$$

$$\text{Övre gränsmått} = 120 \text{ mm} + 0,175 \text{ mm} = 120,175 \text{ mm}$$

$$\text{Undre gränsmått} = 120 \text{ mm} - 0,175 \text{ mm} = 119,825 \text{ mm}$$



Tema

- Exempel 3** Det är inte alltid som toleransen är symmetrisk. I tabellen nedan kan vi direkt läsa av övre och under gränsvmätt, som i toleransgrad M6 båda är negativa tal. Detta kan inträffa vid måttsättning av en axel som ska gå in i ett hål. Båda gränsvmått måste då vara mindre än basmättet för att axeln säkert ska gå igenom hålet.

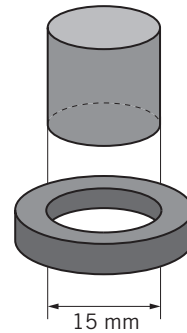
Basmått mm	Toleransgrad			
	K 8		M 6	
	Övre	Undre	Övre	Undre
-3	0	-14	-2	-8
(3) - 6	+5	-13	-1	-9
(6) - 10	+6	-16	-3	-12
(10) - 18	+8	-19	-4	-15

Utdrag ur toleranstabell enligt ISO 286-2. Gränsvmätt i μm .

I tabellen kan vi läsa av följande:

En axel med basmättet 15 mm ska enligt toleransgrad M6 vara mellan 4 μm till 15 μm mindre än hålet.

Detta kan skrivas ($15_{-0,015}^{-0,004}$) mm.



- En väggplatta har basmättet 2 200 mm. Övre gränsvmättet är 2 mm och undre gränsvmättet är -3 mm. Bestäm
 - övre gränsvmättet
 - undre gränsvmättet
 - toleransvidden.
- En svetslängd har toleransen (2355 ± 11) mm. Ange
 - basmått
 - största och minsta tillåtna längd
 - toleransvidden.
- Inom byggbranschen är toleransavvikelse oftast angivna i hela mm. En innervägg ska placeras 4 200 mm ifrån en annan vägg med toleransen ± 20 mm. Bestäm övre och undre gränsvmätt för innerväggens placering.
- En detalj har basmättet 34 mm. Övre gränsvmättet är 14 μm och undre gränsvmättet är -11 μm . Bestäm
 - övre gränsvmättet
 - undre gränsvmättet
 - toleransvidden.
- Filip ska såga till stavar med längden (1270 ± 25) mm. Han kontrollmäter de första till: 127,0 cm 127,8 cm 125,6 cm 129,8 cm Höll alla stavar "rätt" mått?
- Ange övre och undre gränsvmätt samt toleransvidd för:

a) (425 ± 5) mm	c) (630_{+10}^0) mm
b) (137_{-3}^{+3}) mm	d) (865_{-3}^0) mm

Tema

- 7** Tabellen visar toleransvidder angivna i μm för olika basmätt i mm enligt ISO 286-1.

Basmått (mm)	Toleransgrad			
	9	10	11	12
(50) - 80	74	120	190	300
(80) - 120	87	140	220	350
(120) - 180	100	160	250	400
(180) - 250	115	185	290	460

Sara ska kapa stänger med längden ($240 \pm 0,0925$) mm.

- Beräkna toleransvidden.
- Vilken toleransgrad använder Sara?
- Sara kontrollmäter en av stängerna och upptäcker att den blev 137,5 μm för lång. Vilken toleransgrad har den stängen?

- 8** Inom verkstadsindustrin finns en fastställd standard för tillåtna avvikelser på bearbetade detaljer.

Här följer ett exempel på hur det kan se ut.

Basmått (mm)	Tillåtna avvikelser (mm)			
	Toleransklass			
	Fin	Medel	Grov	Mycket grov
(3) - 6	$\pm 0,05$	$\pm 0,1$	$\pm 0,2$	$\pm 0,5$
(6) - 30	$\pm 0,10$	$\pm 0,2$	$\pm 0,4$	$\pm 1,0$
(30) - 120	$\pm 0,15$	$\pm 0,3$	$\pm 0,8$	$\pm 1,8$

- En detalj med basmättet 5 mm kontrollmätts till 4,93 mm. Vilken toleransklass kan detaljen tillhöra?
- Två metallbitar tillhör toleransvidden *Grov*. Bitarna, som har basmåttarna 35 mm och 46 mm, sätts ihop till en bit. Ange toleransklassen för den sammanslagade biten.

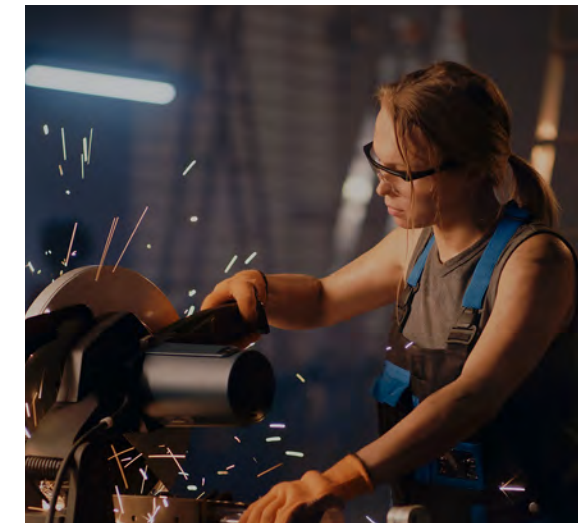
- 9** Utdrag ur toleranstabell enligt ISO 286-2. Gränsvmått är angivna i μm .

Basmått (mm)	Toleransgrad			
	K 8		M 6	
	Övre	Undre	Övre	Undre
-3	0	-14	-2	-8
(3) - 6	+5	-13	-1	-9
(6) - 10	+6	-16	-3	-12
(10) - 18	+8	-19	-4	-15

En axel har diametern 18 mm och motsvarande hål har också diametern 18 mm.

Hålet har toleransgrad K8 och axeln toleransgrad M6.

- Kommer axeln alltid att passa i hålet?
- Skillnaden mellan hålets mått och axelns mått kallas för spelet. Ange det största och minsta spelet om axeln istället måttsätts ($15_{-0,039}^{-0,021}$) mm.

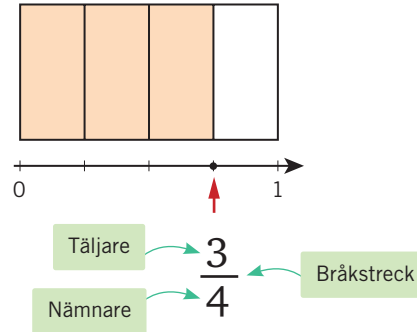


1.3 Andelar och förhållanden

Tal i bråkform

Rektangeln till höger är delad i fyra lika stora delar, fjärdedelar.

Tre av fyra delar är färgade. Vi säger därför att tre fjärdedelar av figuren är färgad.

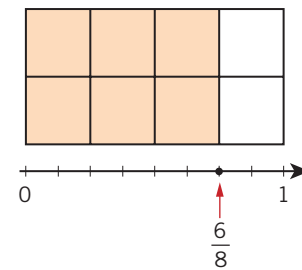


tal i bråkform Tre fjärdedelar är ett *tal i bråkform* som kan skrivas $\frac{3}{4}$ eller $3/4$ och som kan markeras på en tallinje.

täljare *Täljaren*, som står ovanför bråkstrecket, anger hur många delar vi har, 3.

nämnare *Nämnaren*, som står under bråkstrecket, anger vilken sorts delar vi har, fjärdedelar.

Om rektangeln i stället delas i åtta lika stora delar, så är $\frac{6}{8}$ färgade.



förlänga Vi får bråket $\frac{6}{8}$ om vi *förlänger* bråket $\frac{3}{4}$ med 2.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

förkorta Vi kan även *förkorta* $\frac{6}{8}$ med 2.

Det gör vi genom att dividera täljare och nämnare med 2.

$$\frac{6}{8} = \frac{6/2}{8/2} = \frac{3}{4}$$

När vi förlänger eller förkortar ändras inte bråkets värde.

$$\text{Den färgade andelen} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75 = 75 \text{ hundradelar} = 75\%$$

Rektangeln motsvarar en hel eller 100%.

$$\text{Den ofärgade andelen} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\%$$

Exempel I en skolklass med 30 elever finns 12 pojkar och 18 flickor.

förhållande *Förhållandet* mellan antalet pojkar och flickor kan skrivas som ett bråk.

$$\frac{\text{Antalet pojkar}}{\text{Antalet flickor}} = \frac{12}{18} = \frac{12/6}{18/6} = \frac{2}{3}$$

Förhållandet $\frac{2}{3}$ skrivs ofta 2:3. Man säger "två till tre".

Man kan säga att "det går två pojkar på tre flickor".

enklaste form Ett bråk som inte kan förkortas mer är skrivet i *enklaste form*.

$$\frac{40}{220} = \frac{40/10}{220/10} = \frac{4}{22} = \frac{4/2}{22/2} = \frac{2}{11}$$

$\frac{2}{11}$ är ett bråk i enklaste form.

Om vi beräknar $2/11$ med en räknare får vi resultatet i decimalform:

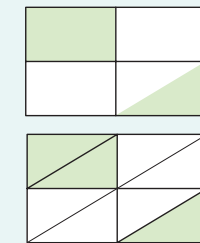
$$2/11 = 0,18181818\dots$$

Svaret kan omvandlas till bråkform med hjälp av räknaren: Ans → Frac som ger $2/11$.

Ett bråk kan användas för att beskriva flera saker, t.ex:

- ▶ ett tal (på tallinjen eller resultatet av en division)
- ▶ en andel (hur många av ... eller hur stor del av det hela)
- ▶ ett förhållande (kvoten mellan två olika tal, uttryckt som ett bråk).

1301 Hur stor andel av figuren är färgad och hur stor andel är ofärgad? Svara i bråkform.



Vi delar figuren i lika stora delar.

3 trianglar av 8 är färgade.

$$\text{Den färgade andelen} = \frac{\text{Delen}}{\text{Det hela}} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Den ofärgade andelen} = \frac{5}{8}$$

1

1302 Skriv talen i bråkform.

- a) en tredjedel c) tre femtedelar
b) två tredjedelar d) fem tredjedelar

1303 Förläng bråken med 3.

- a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{9}$

1304 Willy ska åka till Stockholm. När han har åkt $4/5$ av sträckan tar han paus. Hur stor andel av resan har han då kvar?

1305 Förkorta bråken med 2.

- a) $\frac{12}{20}$ b) $\frac{36}{44}$ c) $\frac{28}{44}$

1306 Förläng bråken så att nämnaren blir 18.

- a) $\frac{4}{9}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{2}{3}$

1307 Skriv i enklaste form, dvs. förkorta så långt som möjligt.

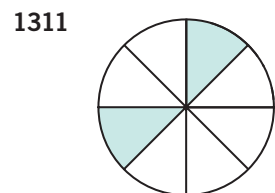
- a) $\frac{8}{12}$ b) $\frac{6}{18}$ c) $\frac{20}{25}$

- 1308** Hur stor andel av en timme är
 a) 10 minuter c) 3 minuter
 b) 45 minuter d) 6 minuter?
 Svara i enklaste bråkform.

- 1309** Vilka av följande tal är lika med $\frac{2}{5}$?
- | | | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|---------------|----------------|
| $\frac{20}{50}$ | $\frac{12}{25}$ | $\frac{6}{15}$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{8}{20}$ |
|-----------------|-----------------|----------------|---------------|----------------|

Kontrollera med räknare.

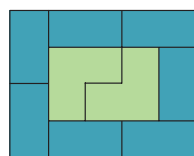
- 1310** Milad arbetade 4 kvällar kl. 18–22 under en vecka.
 Hur stor andel av full tid, 40 h/vecka, arbetade han?
 Svara i enklaste bråkform.



- a) Hur stor andel av figuren är färgad och hur stor andel är ofärgad?
 b) Vilket är förhållandet mellan antalet färgade och antalet ofärgade delar?

2

- 1312** Hasse har lagt ett golv enligt figuren. Han påstår att $\frac{2}{9}$ av golvet är grönt.



- a) Förklara varför han har fel.
 b) Hur stor andel av golvet är grönt?
 c) Hur stor andel av golvet är blått?

- 1313** Bildskärmar kan ha olika förhållanden mellan bredd och höjd.
 Bestäm förhållandet på en skärm med bredden är 64 cm och höjden 36 cm.

- 1314** 48 g koppar, 12 g zink och 20 g nickel smälts samman till nysilver.
 Bestäm andelen av varje metall i nysilver.
 Svara i enklaste bråkform.

- 1315** Ato ska blanda betong. Han följer receptet:

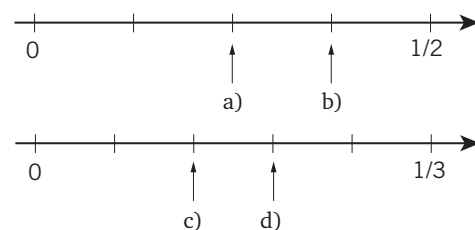
Betong
 3 hinkar cement
 10 hinkar grus, 0–8 mm
 9 hinkar sten, 8–16 mm
 3 hinkar vatten

Bestäm andelen cement, andelen grus, andelen sten och andelen vatten.
 Svara i enklaste bråkform.

- 1316** Ge exempel på ett bråktal som är
 a) hälften så stort som $\frac{2}{6}$
 b) dubbelt så stort som $\frac{2}{6}$
 c) hälften så stort som $\frac{5}{7}$.

3

- 1317** Vilka tal pekar pilarna på?



- 1318** Bråket $\frac{a}{36}$ har ett värde som ligger mellan $\frac{1}{3}$ och $\frac{1}{2}$.
 Vilka tal kan a vara, om a är ett heltal?

Beräkningar med tal i bråkform

- Exempel 1** Bråk med samma nämnare kan adderas eller subtraheras direkt.

$$\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

- Exempel 2** Bråk med olika nämnare kan inte adderas eller subtraheras direkt. Vi måste först förlänga till en gemensam (samma) nämnare.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

Addition och subtraktion av bråk

Vid addition och subtraktion av två bråk med olika nämnare förlänger vi bråken så att de får samma nämnare.

- Exempel 3** Multiplikation av ett heltal och ett tal i bråkform.

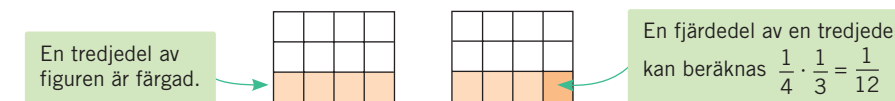
$$3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{4} = \frac{3}{4}$$

3 fjärdedelar

- Exempel 4** Multiplikation av två tal i bråkform.

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$$

Figuren här nedanför visar samma multiplikation.



Vi sammanfattar hur man multiplicerar tal i bråkform.

Multiplikation av bråk

Vid multiplikation av ett bråk och ett heltal ska endast täljaren multipliceras med heltalet.
 Vid multiplikation av två bråk multipliceras täljarna för sig och nämnarna för sig.

Exempel 5 Bråk där täljaren är större än nämnaren kan skrivas på olika sätt:

$$\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4} \text{ som kan skrivas } 1\frac{3}{4}$$

$1\frac{3}{4}$ utläses
"en hel och tre fjärdedelar".

blandad form Skrivsättet $1\frac{3}{4}$ kallas *blandad form*.

1319 Beräkna och svara i enklaste form.

a) $1 - \frac{7}{11} - \frac{3}{11}$ b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ c) $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

Vi skriver talen med samma nämnare.

a) $1 - \frac{7}{11} - \frac{3}{11} = \frac{11}{11} - \frac{7}{11} - \frac{3}{11} = \frac{1}{11}$

b) Vi förlänger det första bråket med 3 för att få samma nämnare, 6.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{4/2}{6/2} = \frac{2}{3}$$

Vi förkortar med 2 i sista steget.

c) Vi förlänger båda bråken till nämnaren 12.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

1320 Beräkna och svara i enklaste form.

a) $4 \cdot \frac{2}{9}$ b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6}$ c) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{15}$

a) $4 \cdot \frac{2}{9} = \frac{4 \cdot 2}{9} = \frac{8}{9}$

b) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 6} = \frac{3}{30} = \frac{3/3}{30/3} = \frac{1}{10}$

c) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{15} = \frac{5 \cdot 2}{7 \cdot 15} = \frac{1 \cdot 2}{7 \cdot 3} = \frac{2}{21}$

Vi förkortar innan talen multipliceras.

1

1321 Beräkna och svara i enklaste form.

a) $\frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ b) $\frac{7}{25} + \frac{3}{25}$ c) $\frac{7}{12} - \frac{1}{12}$

1322 Vilket tal ska stå i den tomma rutan?

a) $\frac{2}{7} + \frac{\square}{7} = \frac{5}{7}$ b) $\frac{5}{9} + \frac{\square}{9} = 1$

1323 Förläng till samma nämnare och beräkna.

a) $\frac{1}{9} + \frac{2}{3}$ d) $\frac{7}{8} + \frac{3}{4}$

b) $\frac{5}{12} + \frac{1}{3}$ e) $\frac{2}{7} - \frac{1}{3}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ f) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}$

1324 Beräkna och svara i enklaste form.

a) $4 \cdot \frac{1}{5}$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$
b) $3 \cdot \frac{3}{5}$ d) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$

1325 Förkorta först, beräkna sedan.

a) $\frac{18}{21} \cdot \frac{7}{9}$ b) $\frac{4}{15} \cdot \frac{5}{24}$

1326 a) I vilka beräkningar **A–D** måste du skriva om bråken till samma nämnare?

b) Utför beräkningarna **A–D**.

A $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ **C** $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$

B $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ **D** $\frac{3 \cdot 2}{5}$

1327 a) Hur många timmar är $\frac{2}{3}$ dygn?

b) Hur många sekunder är $\frac{3}{4}$ minut?

c) Hur många minuter är $\frac{5}{12}$ timme?

1328 På ett företag med 60 anställda var $\frac{3}{4}$ heltidsanställda och resten deltidsanställda.

a) Hur många heltidsanställda respektive deltidsanställda var det på företaget?

b) Av de heltidsanställda var $\frac{1}{5}$ kvinnor. Hur många var det?

1329 Vilket är mest, $\frac{2}{3}$ av 27 kr eller $\frac{3}{5}$ av 35 kr?

2

1330 Vilket tal ska stå i rutan för att likheten ska gälla?

a) $\frac{10}{7} - \frac{\square}{7} = 1$ c) $\frac{7}{5} + \frac{\square}{10} = 2$

b) $\frac{\square}{9} + \frac{1}{3} = 1$ d) $\frac{2}{3} + \frac{14}{15} + \frac{\square}{30} = 2$

1331 Värdet på en maskin beräknas varje år minska med $\frac{1}{5}$ jämfört med värdet året innan.

Vilket är värdet om 2 år, om det är 320 000 kr idag?

1332 Karat är ett mått på guldhalten.

14 karat betyder att $\frac{14}{24}$ av vikten är rent

guld och 18 karat betyder att $\frac{18}{24}$ av vikten är rent guld.



Hur många gram rent guld innehåller ett smycke som väger 1,2 g om det är

a) 14 karat guld b) 18 karat guld?

1333 Amir, Liz och Niklas har fått 12 000 kr för ett arbete som de har gjort tillsammans.

Hur ska de fördela pengarna om

a) Amir gjorde $\frac{2}{3}$ av arbetet, Liz $\frac{1}{4}$ av arbetet och Niklas resten

b) Amir gjorde hälften av arbetet, Liz $\frac{1}{5}$ av arbetet och Niklas resten?

1334 Två tal i bråkform har summan 1.

Ge ett exempel på två sådana tal som har

a) samma nämnare b) olika nämnare.

3

1335 Under ett arbetspass tittar Alex på klockan och säger:

”Nu har en tredjedel av tiden gått”.

En timme senare säger han:

”Nu har halva tiden gått”.

Hur långt var arbetspasset?

1336 Bara $\frac{1}{5}$ av de anställda på ett företag tar bilen till jobbet. Av dem som inte kör bil, cyklar eller går hälften. Resten åker med kollektivtrafiken.

Petra påstår att det är dubbelt så många som åker kollektivt jämfört med de som åker bil.

Är det sant? Motivera ditt svar.