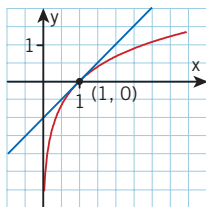


**2228** Hassan har rätt.  
 Motivering:  
 $\ln ax$  har derivatan  
 $\frac{1}{ax} \cdot a = \frac{1}{x}$

**2229**  $y = x - 1$



**Lösning:**  
 $y'(x) = 1/x$   
 $y'(1) = 1$   
 $y(1) = 0$   
 Tangentens ekvation  
 $y - 0 = 1(x - 1)$   
 $y = x - 1$

**2230**  $f'(e) = 0$

**Ledtråd:**  
 $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

**2231** a)  $y' = e^{2x} \left( 2 \ln x + \frac{1}{x} \right)$

b)  $y' = \frac{e^3}{x}$

c)  $y' = -e^{-x} \frac{\ln x + \frac{1}{x}}{\ln^2 x}$

d)  $y' = -\frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^3}$

**Lösning:**  
 $y = (e^{2x} + 1)^{-2}$   
 $y' = -2 \cdot (e^{2x} + 1)^{-3} \cdot 2e^{2x} =$   
 $= -\frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^3}$

**2232** Graf **A**:  $y = \ln 2x$

Graf **B**:  $y = 2 \ln x$

Graf **C**:  $y = \ln x$

**2233** a)  $y' = -10 \cdot \ln 2 \cdot 2^{3-x}$

b)  $y' = \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln x}$

c)  $y' = \frac{3 \cdot \ln 5 \cdot 5^{3x}}{5^{3x} + 3}$

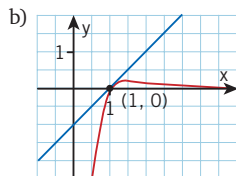
d)  $y' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$

**2234** a)  $y = x - 1$

**Ledtråd:**

$$y'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$$

Tangentens lutning =  $y'(1) = 1$



**2235**  $x = e^{-1/3} \approx 0,717$

**Ledtråd:**  
 $3x^2 \ln x + x^2 = 0$   
 $x^2 (3 \ln x + 1) = 0$   
 $(x > 0)$

**2236**  $a = 3$  och  $b = -1$

**Ledtråd:**  
 Sätt in  $x = e^2$  i funktionen.  
 Bestäm derivatan där  $x = e^2$ .

**2237** **Lösning:**

$$y = \ln x^a + b$$

$$y' = \frac{a}{x}$$

$$y'(p) = \frac{a}{p}$$

$$y(p) = \ln p^a + b = a \cdot \ln p + b$$

Vi sätter in i  $y = \frac{a}{p} \cdot x + m$

$$a \cdot \ln p + b = \frac{a}{p} \cdot p + m$$

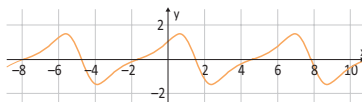
$$m = a \ln p + b - a$$

$$m = a (\ln p - 1) + b$$

$m$  är  $y$ -värdet vid skärningen i  $y$ -axeln. Alltså skär tangenten  $y$ -axeln i punkten:  
 $(0, a (\ln p - 1) + b)$   
 V.S.V.

**2238** Nej.

**Lösning:**  
 $y = e^{\sin x}$   
 $y' = e^{\sin x} \cdot \cos x$   
 $y$  är parallell med  $y = 2x - 3$   
 där  $y' = 2$ .  
 Vi ritar grafen till  $y' = e^{\sin x} \cdot \cos x$



$y'$  blir aldrig 2.  
 Alltså är kurvan aldrig parallell med  $y = 2x - 3$ .

**2239** a) **Lösning:**

$$y = a^x$$

$$y = e^{\ln a \cdot x}$$

$$y' = \ln a \cdot e^{\ln a \cdot x} = \ln a \cdot a^x$$

b) **Lösning:**

$$y = a^x$$

$$\ln y = x \cdot \ln a$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln a$$

$$y' = \ln a \cdot y = \ln a \cdot a^x$$

**2240**  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

**Motivering:**

$$y = \lg x$$

$$10^y = x$$

$$\ln 10 \cdot 10^y \cdot y' = 1$$

$$y' = \frac{1}{\ln 10 \cdot 10} = \frac{1}{\ln 10 \cdot x}$$

**2241** a)  $f'(x) = 4 \ln x \cdot x^{\ln x - 1}$

**Ledtråd:**  
 $x^{\ln x}$  kan skrivas  $(e^{\ln x})^{\ln x}$

b)  $f'(x) = (3x)^x (1 + \ln(3x))$

**2243** a) **Lösning:**

$$y = 5 \cdot e^{2x} \text{ ger } y' = 10 \cdot e^{2x}$$

$$VL = y' - 2y =$$

$$= 10 \cdot e^{2x} - 2 \cdot 5 \cdot e^{2x} = 0 = HL$$

b) **Lösning:**

$$y = 4 \cos x, y' = -4 \sin x,$$

$$y'' = -4 \cos x$$

$$VL = y'' + y =$$

$$= -4 \cos x + 4 \cos x = 0 = HL$$

**2244** T.ex.  $y'' + y' + y = 0$

**2245** a) **Lösning:**

$$VL = \frac{dy}{dx} = A \cdot k \cdot e^{kx}$$

$$HL = ky = k \cdot A \cdot e^{kx} = VL$$

b)  $y(0) = A \cdot e^{k \cdot 0} = A$

**2246** Nej.

**Motivering:**

$$y = x \cdot e^x, y' = x \cdot e^x + e^x$$

$$VL = y' - y = x \cdot e^x + e^x - x \cdot e^x = e^x$$

$$HL = xy = x \cdot x \cdot e^x = x^2 \cdot e^x$$

$$VL \neq HL$$

**2247**  $A = 12, k = -0,03$

2248  $k = 3$

Lösning:

$$y = \cos kx \text{ där } k > 0$$

$$y' = -k \sin kx$$

$$y'' = -k^2 \cos kx$$

$$y'' + 9y = 0 \text{ ger}$$

$$-k^2 \cos kx + 9 \cos kx = 0$$

$$\cos kx (9 - k^2) = 0$$

$$9 - k^2 = 0$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3, k > 0$$

2249  $r = 2$  eller  $r = -3$

Ledtråd:

$$y = e^{rx} \text{ är en lösning om}$$

$$r^2 + r - 6 = 0$$

2250 a) Lösning:

$$y = A \cos 2x + B \sin 2x$$

$$y' = -2A \sin 2x + 2B \cos 2x$$

$$y'' = -4A \cos 2x - 4B \sin 2x$$

$$VL = y'' + 4y =$$

$$= -4A \cos 2x - 4B \sin 2x +$$

$$+ 4(A \cos 2x + B \sin 2x) =$$

$$= -4A \cos 2x - 4B \sin 2x +$$

$$+ 4A \cos 2x + 4B \sin 2x =$$

$$= 0 = HL$$

V.S.V.

b)  $A = 0, B = 20$

c)  $A = 1, B = -3$

2251 Ledtråd:

$$y' = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

2252 a) T.ex.  $y = e^{0,1x}$  och  $y = 10e^{0,1x}$

b) Kommentar:

$$y = C_1 e^{0,1x} + C_2 e^{0,1x}$$

är en lösning för alla värden på  $C_1$  och  $C_2$ .

2255 a) Lösning:

$$y = 150 \cdot e^{-0,20t} \text{ ger}$$

$$y(0) = 150 \cdot e^{-0,20 \cdot 0} = 150$$

b) Lösning:

$$VL = \frac{dy}{dt} = 150 \cdot (-0,20) \cdot e^{-0,20t}$$

$$HL = -0,20y =$$

$$= (-0,20) \cdot 150 \cdot e^{-0,20t} = VL$$

2256 a)  $k = 0,15$

b) Ca 33 000 st

Ledtråd:

Beräkna  $y(8)$ .

2257 a) Lösning:

$$y = 1000t + C \text{ ger}$$

$$y' = \frac{df}{dt} = 1000$$

b)  $C = 44000$

2258 a)  $y' = -0,20y$

b)  $y' = ky, k > 0$

c)  $y' = k(20 - y), k > 0$

2259 a)  $A = -4$

b) Lövmängden närmar sig  $4 \text{ g/cm}^2$ .

2260 a)  $\frac{dy}{dt} = 260$  individer/år

b)  $\frac{dy}{dt} = -900$  individer/år

c)  $0 < y < 5400$

d)  $y > 5400$

e)  $y = 5400$

2261 a) Antalet bakterier är från början 100 st och de ökar med en hastighet som är 8% av antalet bakterier.

b)  $y = 100 e^{0,08t}$

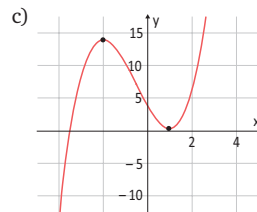
2303 a)  $x_1 = 1$  och  $x_2 = -2$

b)  $y''(1) = 9$

Minimipunkt där  $x = 1$

$$y''(-2) = -9$$

Maximipunkt där  $x = -2$



2304 a) Funktionen är avtagande i intervallet.

b) Minimipunkt  $(1, -27)$

Terrasspunkt  $(-2, 0)$

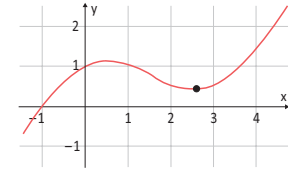
Ledtråd:

Bestäm  $V(1)$  och  $V(-2)$ .

2305 a)  $x = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

och  $x = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

b) Minimipunkt  $(2,62; 0,44)$



2306 a)  $x = 0$  och  $x = -2$

Lösning:

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

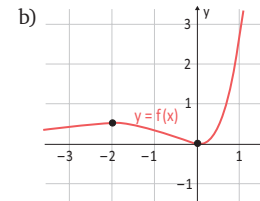
$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

$$f'(x) = 0 \text{ ger}$$

$$2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = 0$$

$$xe^x(2 + x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2$$



Växande:  $x \leq -2$  och  $x \geq 0$

Avtagande:  $-2 \leq x \leq 0$

c) Minimipunkten ger minsta värdet, som är 0.

Ändpunkten  $f(1) = e$

ger största värdet, som är  $e$ .

2307 a)  $a = 5$

Ledtråd:

$$\ln 1 = 0$$

b) Minimipunkt  $(0,37; -1,84)$

