Jan Byström   Jonas Byström

Lösningar till

GRUNDKURS I STATISTIK

Natur & Kultur

Projektledare och textredaktör: Johan Ekelund
Formgivning omslag: John Persson
Formgivning inlaga: Maria Ulaner
Illustrationer: Stig Söderlind

www.nok.se
info@nok.se

Sjunde utgåvan, första tryckningen
ISBN 978-91-27-13495-9

Innehåll

LÖSNINGAR OCH KOMMENTARER

Här finner du lösningar och kommentarer till de flesta av övningsuppgifterna i *Grundkurs i statistik* samt dessutom svaren på de rätt/fel-påståenden som finns under rubriken *Hängde du med?* i slutet på varje kapitel.

Ett antal av övningsuppgifterna syftar till att väcka tankar och skapa diskussion. I dessa fall är det inte meningsfullt att redovisa en lösning utan uppgiften får sin uppföljning senare i boken.

Vi hoppas att våra redovisningar här kan bidra till att underlätta dina studier med *Grundkurs i statistik* samtidigt som ditt statistiska tänkande kan stimuleras.

0 VAD HANDLAR DET EGENTLIGEN OM?

Ex 0:1 Med det här exemplet vill vi aktualisera några centrala frågor som du ska fundera på. De exakta svaren inte är det primära (så här i inledningen av boken). Samtidigt handlar det här om resultat och uttalanden som du ofta stöter på och därmed har du säkert en hel del erfarenheter och tankar att utgå ifrån.

Ex 0:2 ”Statistiskt bevisat” kommer att gå som en röd tråd genom boken. Med hjälp av statistiska metoder försöker vi hantera slumpen, till exempel vid stickprovsundersökningar, men även hitta presentations- och analysformer som ger möjlighet till mer generell och fördjupad förståelse. Eftersom det många gånger handlar om att försöka få grepp om en komplex och svårhanterlig tillvaro så kan vi inte sätta ett likhetstecken mellan ”absolut sant” och ”statistiskt bevisat”, men vi har i alla fall skaffat oss redskap att flytta fram våra kunskapsmässiga positioner.

Ex 0:3 Har Socialdemokraterna minskat med 2,5 *procentenheter* så är det enkelt: 37,1 % vid denna mätning + minskningen 2,5 % = 39,6 % vid föregående mättillfälle.

Om det handlar om 2,5 *procent* beräknas svaret fram med hjälp av en ekvation där x är procenttalet vid förra mättillfället: $x - 0{,}025x = 37{,}1$. Det leder fram till att stödet för Socialdemokraterna var 38,1 % vid det förra mättillfället.

Alltså: Var noga med att ange om det handlar om procentuell förändring eller om det är procentenheter.

Ex 0:4 Vi bollar naturligtvis frågan till dig!

Ex 0:5 ”70 procent av de präster som besvarat SVT:s enkät var positiva till att viga par av samma kön.” Och det är något annat än vad som först sades, eftersom åtskilliga tillfrågade hade valt att inte svara på enkäten.

I det här fallet kan vi nog utgå från att bortfallet kan verka snedvridande då frågan är känslig och ”motståndarna” säkert är överrepresenterade bland dem som avstod från att svara.

Hur stort bortfallet var fick vi inte veta – bara att det var stort – men vi kan ju alltid fundera över hur resultatet skulle ha blivit om alla svarat.

HÄNGDE DU MED?

Syftet med dessa frågor är att väcka funderingar inför det som kommer i följande avsnitt.

0:A	Fel	Det finns många osäkerhetsfaktorer att hantera när vi försöker förenkla och beskriva tillvaron. En av dessa handlar om att få grepp om slumpen (sannolikheter) i olika undersökningar.
0:B	Rätt	Det är avgörande för våra möjligheter att dra slutsatser från ”delen” till ”det hela”.
0:C	Rätt	Detta återkommer vi bland annat till i avsnitt 2.6.5.
0:D	Fel	Felmarginaler är ett samlat grepp (och mått) för att kunna hantera slumpens betydelse i en stickprovsundersökning, till exempel om en förändring är verklig eller beror på slumpen. (Se bland annat avsnitt 1.7.3.)
0:E	Fel	Med ett experiment (med försöks- och kontrollgrupper) söker vi efter orsakssamband. (Se avsnitt 2.6.3.)
0:F	Rätt	Se också påstående 0:A.
0:G	Rätt	I kapitel 9 fördjupar vi kunskapen om sannolikheter. Se avsnitt 9.3.5.
0:H	Fel	I avsnitt 1.7.7 finns mer information om ohälsotalet.
0:I	Rätt	Se avsnitt 1.7.2. Mörkertal kan naturligtvis förekomma i olika slags undersökningar.
0:J	Rätt	Ja, det lär han ha sagt.

1 SAMHÄLLSSTATISTIK

Ex 1:1 Så här presenteras begreppen i den citerade SCB-artikeln (bortse från att du ännu inte fått alla ord förklarade):

> Med *sannolikhetsurval* kan resultaten generaliseras till en population och den statistiska osäkerheten beräknas.
>
> *Identifierbart bortfall* innebär att man vet vilka utvalda individer som inte medverkat och därigenom kan bedöma om bortfallet eventuellt snedvrider resultaten. SCB kontrollerar om bortfallsgruppen avviker från svarandegruppen när det gäller kön, ålder och dylikt. Ofta används också sådan bakgrundsinformation för att justera resultaten.
>
> Med *utprovade frågeformulär* minskar risken att frågor uppmuntrar till visst svarsbeteende eller missuppfattas.

Ex 1:2

a) Utifrån redovisade sifferuppgifter har till antalet fler svenskar än engelsmän gripits, men är det lika med att svenskarna varit aktivast? Vad menas med aktivast? Vem tog initiativ till bråk? Och så vidare.
b) Siffrorna speglar antal gripna, men i relation till respektive grupps (svenskar respektive engelsmän) storlek, förefaller det vara en överrepresentation av engelsmän. Kan det finnas någon skillnad i beteende mot de olika grupperna från polisens sida? En mer negativ inställning mot engelsmän, som ju sedan lång tid tillbaka har gjort sig kända för att vara ”kvalificerade bråkstakar”? Är det lättare att ”tillrättavisa” och släppa svenskar eftersom de är på hemmaplan?

★ Fundera lite extra över relationen mellan ”en komplex verklighet”, förenklad eller översiktlig tidningspresentation samt hur den ”vanlige läsaren” blir övertygad av de statistiska uppgifterna.

Ex 1:3

a) I alla stickprovsundersökningar får man räkna med ett bortfall och i det här fallet gör SCB (som genomfört undersökningen) bedömningen att svarsfrekvensen är hög – högre än genomsnittet för

de 120 kommuner som deltagit i motsvarande medborgarundersökningar. Alltså: ett acceptabelt bortfall.
b) Betygsindex beräknades utifrån svaren på de 80 frågorna (som poängsattes och summerades), dels som en helhetsbedömning för vart och ett av de tre kvalitetsområdena 1–3, och dels för olika aspekter/verksamheter (kvalitetsfaktorer) inom respektive område. Detta kan illustreras med några resultat från område 3 (Att leva och bo på Ekerö):

Kvalitetsfaktor	***Betygsindex Ekerö***	***Betygsindex alla kommuner***
Helhetsbedömning	**62**	**65**
Utbildningsmöjligheter	35	55
Miljö	77	70
Bostäder	46	52
Trygghet	62	52
osv	…	…

c) Var gränsen sätts för underkänt inom områdena är väl lite av en öppen fråga (där också värderingar spelar in), men enligt SCB skulle alltså ett betygsindex under 40 vara ”icke godkänt”. Därmed är helhetsresultatet inom område 1 och 2 för Ekerö inte särskilt hedrande. Men en analys av resultatet kan också utgå ifrån andra siffervärden, till exempel en jämförelse med hur betygsindex ser ut i övriga kommuner.

Ett annat sätt att beskriva situationen kan vara att se hur Ekerö placerar sig bland de 120 kommunerna (räknat från botten). Resultatet på Ekerö enligt tabellen ovan ger följande placeringar:

Helhetsbedömning:	32
Utbildningsmöjligheter:	2
Miljö:	100
Bostäder:	7
Trygghet:	98

Vi har nu tillgång till några olika siffervärden som berättar olika saker och som kan ge underlag för analys, debatt och kloka politiska beslut!

Ex 1:4 562 124 – definition b;
1 281 581 – definition c;
1 661 003 – definition a.

Ex 1:5 I exempel 1:11 återkommer vi till olika reaktioner på opinionssiffror i politiska sammanhang, men här kan vi fundera på om kommunpolitikerns reaktion hade varit densamma om till exempel endast 18 procent varit negativa till hans uttalande. Hur som helst så konstaterar han: ”Nästa val får visa om jag har väljarnas stöd.”

Vilka argument tycker du skulle vara de ”bästa” för att bortförklara negativa opinionssiffror?

Ex 1:6 Tre frågor? Kanske så här:

1. Har du använt hårschampot ”Skimra lätt”?
2. I så fall: Tycker du att schampot är bra?
3. På vilket sätt (varför) tycker du att det är bra?

Ex 1:7

a) Uppenbarligen en skrämmande utveckling. Men samtidigt måste vi också vara medvetna om att trafiken ökat i takt med ett ökat bilbestånd. Dessutom har också drograttfylleri ökat och ingår i siffrorna för 2007.

b) Avgörande för rapporterade rattfylleribrott är ju hur många kontroller (utandningsprov) som genomförs. (Görs inga kontroller har vi ju inte heller några rattfylleribrott, mer än vad som kan registreras vid till exempel olyckstillfällen.)

Ställer vi sedan antal rapporterade brott i relation till genomförda utandningsprov kan vi se att:

- För 1997 var andelen brott 13 551 : 1 146 000 = 1,18%.
- För 2007 var motsvarande andel 29 362 : 2 636 000 = 1,11%.

I själva verket har en viss minskning av registrerade brott skett. Men hur har dessa kontroller gjorts? Vad är skillnaden mellan 1997 och 2007? Speglar dessa siffror verkliga förhållanden?

Vi klipper ytterligare några rader ur den citerade artikeln:

> Åtskilliga andra poliser och polischefer hävdar i studien att nykterhetskontroller inte sällan görs för skens skull. De sker på tider då olycksfrekvensen är lägst, på platser där rattfyllon sällan åker och med en uttalad målsättning att inte få fast förare som druckit eller tagit droger.

c) Enligt forskningsstudien från Polishögskolan är problemet att Rikspolisstyrelsen satt upp statistiska mål men inte kvalitativa. Att göra många utandningsprov är det enda som värderas.

★ Känner du igen problematiken från andra samhällsområden?

Ex 1:8

a) Här återkommer vi till den centrala frågan om det är slumpen som spelat in eller om resultatet speglar en verklig förändring i väljarstödet.

b) Det vi kan se i sammanställningen är att storleken på förändringen inte automatiskt avgör slutsatsen. Det som uppenbarligen också påverkar resultaten är vilken procentnivå som det aktuella partiet befinner sig på. Ju högre procenttal, desto större förändring krävs för att den ska bedömas som ”verklig” (statistiskt säkerställd).

Storleken på en väljarundersökning (det vill säga antalet personer som ingår i undersökningen) har också betydelse. Det framgår emellertid inte i exemplet, där de aktuella väljarundersökningarna är ungefär lika stora och omfattar cirka 1 000 personer. Ju fler som ingår i en undersökning, desto bättre kan vi ringa in en förändring och avgöra om den är ”statistiskt säkerställd”.

Ex 1:9 Sifo:s och Temo:s kritik formulerades i fyra punkter:

- I de två undersökningarna har begreppen ”Sverige” eller ”Stockholm” använts olika och beroende på var de tillfrågade bor.
  I första undersökningen gavs Stockholmsfrågan till boende i

Stockholm och Sverigefrågan till de intervjuade i landsorten. I andra undersökningen kastades begreppen om.

- Ett olyckligt ordval: ”skall stå som värd”. Det låter trevligt och inbjudande men risken finns att tankarna leds bort från det ekonomiska ansvaret.
- Frågan ”… för ett OS år 2004 om internationella OS-kommittén värderar Stockholm/Sverige som bästa sökande?” är hypotetisk och innehåller ett stort mått av värdering. Den förutsätter också att hemmaopinionen redan ställt sig bakom ett OS annars skulle inte IOK välja Stockholm.
- ”OS-frågan” har i undersökningen föregåtts av frågor som ”bäddar” för ett ja-svar, till exempel: ”Vilken betydelse anser Du att stora evenemang … som idrottsevenemang har för ett lands möjligheter att locka till sig turister?” (DN, 1/3 1997)

Ex 1:10 Det som utelämnats i citatet är ”… eller ett olycksfall”.

Med följande citat från Karolinska Institutet kan vi fördjupa kunskapen om detta:

> Av 100 säkra och osäkra självmord är omkring 20 fall osäkra, utan större skillnader mellan män och kvinnor. De flesta osäkra fallen kan hänföras till olika typer av förgiftningar. … Det finns också ett mörkertal bland äldre där självmord kan rubriceras som sjukdom och bland döda i trafiken där ett självmord ofta felaktigt kan rubriceras som trafikolycksfall.[49]

Låt oss peka på några faktorer som försvårar möjligheterna att göra internationella jämförelser:

- Olika redovisningsprinciper.
- Olika normer vid fastställande av dödsorsak.
- Medvetet undanhållande av den verkliga dödsorsaken (exempelvis självmord) på grund av speciella förhållanden i landet (till exempel religiösa skäl eller lagar).
- Självmordsfrekvensen varierar med ålder varför befolkningssammansättningen i respektive land spelar in.

★ Dina egna synpunkter?

Ex 1:11 Exemplet vill visa på en provkarta av uppfattningar och reaktioner på utfallet av opinionsundersökningar. Du får själv reagera och fundera.

Allmänt sett är opinionsundersökningar omstridda. Vilka effekter och vilken påverkan på såväl politiker som väljare kan vi förvänta oss? Skilda regler finns också i olika länder när det gäller publicering av resultat nära eller till och med på själva valdagen.

Ex 1:12 Vi fortsätter citatet ur den aktuella artikeln:

> … när det gäller utbildning, hälsa, ekonomisk aktivitet och politisk makt. … Ett genomgående tema är kopplingen mellan jämställdhet och ekonomisk tillväxt. Författarna menar att en ökad andel kvinnor på arbetsmarknaden varit en viktig drivkraft för Europas ekonomier …

Enligt rapporten finns det också samband mellan jämlikhet, en växande medelklass och kvinnors sätt att använda pengar med nya konsumtionsmönster som gynnar branscher som matproduktion, utbildning, hälsovård.

HÄNGDE DU MED?

1:A	Fel	Se avsnitt 1.4.1 / s. 28.
1:B	Rätt	Se avsnitt 1.7.4 / s. 43.
1:C	Rätt	Se avsnitt 1.7.2 / s. 39.
1:D	Rätt	Se avsnitt 1.4.1 / s. 29.
1:E	Fel	Se avsnitt 1.5.2 / s. 34.
1:F	Rätt	Se avsnitt 1.7.7 / s. 48.
1:G	Fel	Se avsnitt 1.5.2 / s. 34.
1:H	Rätt	Se avsnitt 1.7.7 / s. 50. Ökningen (i procent) utgår ifrån respektive lands ekonomiska nivå och då vet vi att BNP per invånare 2008 i Finland var 34 800 euro och i Bulgarien 4 500 euro.
1:I	Fel	Se avsnitt 1.8 / s. 53.
1:J	Rätt	Se avsnitt 1.9 / s. 57.

2 STATISTIK – SOM VETENSKAPLIG METOD

Ex 2:1
a) Ett vanligt ”knep” är att hänvisa till att resultatet kommer från en *stor* studie (se också avsnitt 3.4.2), men det avgörande är hur studien har gjorts.
b) I såväl avsnitt 2.3 som 2.4 har krav på seriös forskning formulerats. Det är möjligt för var och en att sedan välja lämplig forskningsmetod.
c) Det är naturligtvis så det är tänkt. Vilka 170 forskare avses och hur har de arbetat? 10 år? Ja, det kan naturligtvis vara bra om det är långsiktiga effekter som är viktiga att studera.

Vi vet för lite om studien(erna) – men förväntas bli övertygade om preparatets förträfflighet.

Ex 2:2 Valprognosen byggde på en stickprovsundersökning och den första frågan vi naturligtvis ska ställa är: Hur är urvalet gjort?

Eftersom undersökningen (från år 1936) baseras på uppgifter från telefonkataloger och bilregister är det endast en viss kategori av amerikaner som kommer med – en överklass. Vi kan konstatera att vi har ett selektivt urval.

Vi kan endast uttala oss om den population ur vilken urvalet är taget. Utsagan om Landons valseger gäller därför, i bästa fall, endast hur de med bil/telefon skulle rösta, men troligen stämmer inte ens det.

Undersökningens bortfall på 77 procent påverkar säkert resultatet. Det blir snedvridningar och specifika grupper kommer att dominera (kanske de mest missnöjda och så vidare).

Ex 2:3 Den här uppgiften överlåter vi åt dig att fundera på.

Ex 2:4 Det här tidningscitatet bygger på några olika källor/undersökningar:

- Statistik från Socialstyrelsen över barn i åldern 0–14 år som tagits in i sjukhusens slutenvård för alkoholintag.

- Uppgifter från Alkoholkliniken Maria ungdom (om vårdade barn/ungdomar i åldern 10–19) och andra ”minimarior” i Stockholmsområdet.
- En studie från Folkhälsoinstitutet om barn och familjer med alkoholproblem.

Regelbundet görs också enkäter där barn och ungdomar får svara på frågor om sina alkoholvanor.

Vid den typen av undersökningar ställs vi inför problem med definitioner, frågeformulering, trovärdighet, ärliga svar med mera. Överhuvudtaget är det ett område som påverkas av känslor, attityder och värderingar, och som därmed är förknippat med stora utmaningar när det gäller forskningsupplägg och metoder.

Ex 2:5 Här sitter du själv inne med svaren.

Ex 2:6 Här får vi ta del av ett exempel på en kartläggning (egentligen två undersökningar) där man i debatten hävdat resultatens betydelse genom att hänvisa till det stora antal enkäter som skickats ut. Undersökningen gjordes 2008 och under året därpå användes den flitigt från politiskt håll.

Vi fortsätter att citera DN-artikeln där äldreminister Maria Larsson uttalar sig:

> Men här får vi en annan bild, förvånansvärt många är väldigt nöjda, säger hon. Särskilt glad är hon över att bemötandet får höga betyg.

Under hösten 2011 växte emellertid kritiken mot missförhållanden inom äldreomsorgen. Även kartläggningen uppmärksammades vid denna tidpunkt men nu ifrågasattes undersökningen både vad gällde svarsfrekvensen och hur enkäten faktiskt hade besvarats av de äldre. Gav svaren verkligen en sann bild av hur de äldre har det?

★ Fundera över hur olika situationer, miljöer och relationer kan påverka en datainsamling.

Ex 2:7 Vi låter Dimberg själv ge svaret på uppgiften genom att fylla i den text som saknas:

- Vad vill jag fråga om? (Det vill säga vilket är syftet med undersökningen?)
- Varför ställer jag just den här frågan?
- Var-frågan måste definieras rumsligt.
- När-frågan måste definieras i tiden, avgränsa tidsperioden.
- Vem? Svarar den tillfrågade för sig själv eller för hushållet? Även insamlingsmetoden bör granskas (så att man vet vem som svarar).

Ex 2:8 *Validiteten* är milt uttryckt usel. *Reliabiliteten* är mycket hög. (Vi utgår från att experimentet bara görs på hoppande loppor.)

Ex 2:9 Bara du vet svaret.

Ex 2:10 Vi kan här erinra oss några olika sätt att nalkas uppgiften:

- En undersökning byggde på intervjuer samt deltagande observation i en glesbygdsort. För att komma i kontakt med hembrännare krävdes åtskilliga besök på orten, och det gick särskilt bra att få kontakt på danstillställningar (där det ju förekom att det bjöds på hembränt). Sedan gällde det att söka upp hembrännarna och skapa ett förtroende, och att ärligt berätta om undersökningen. Sedan gick det lätt att få information.
- En gammal hederlig metod är att utgå från försäljningen av jäst och sedan beräkna mängden överskottsjäst efter avdrag för brödtillverkning. Relationen mellan sålt mjöl och såld jäst ger en fingervisning om hembränningen.
- Rena intervjuer som då kan innehålla många felkällor eftersom ämnet är känsligt. En indirekt metod – vilken uppenbarligen används i citatet på sidan 85 – är i stället att under intervjuer fråga om personerna känner någon som bränner hemma, eller om han eller hon blivit bjuden på hembränt och så vidare.

★ Fritt för egna idéer: …

Ex 2:11 Visst, citatet är snårigt! Informationen är hopklippt och knapphändig, men det torde ändå framgå att forskaren ifråga sökt tackla sin forskningsuppgift med olika angreppssätt/forskningsmetoder. Det är ett val som noga måste övervägas:

> … ha drivits av att han velat redovisa alltför många aspekter av sin långa erfarenhet av området. Men i ett avhandlingsarbete är mångfalden inte alltid av godo. … använt såväl kvantitativa som kvalitativa metoder och utprovat flera olika instrument för mätning av utbrändhet kombinerat med intervjuer …[68]

Citatet pekar också på svårigheten att kombinera en liten grupp utvalda med statistiska analysmetoder och mått, där också tolkningen bygger på slumpen som avgörande faktor.

Citatet understryker också betydelsen av hur forskningsresultat redovisas:

> Det är svårt att följa med och se vad han gjort och hur.

Avslutningsvis framgår även att olika ämnen och institutioner vilar på olika forskningstraditioner.

> Att lägga fram en dylik avhandling vid en teologisk institution innebär dock samtidigt att det finns en öppenhet för att låta mer förståelseinriktade, existentiella och idéhistoriska aspekter få utrymme.

Ex 2:12 Ja, här förefaller det motiverat att verkligen börja fundera och genomföra en kritisk granskning:

- Pilotstudie?
- Juli/augusti – undersökningsperiod? (Vad hände då?)
- Vilka ingick/tillfrågades? (Urval, bortfall?)
- Med mera …

HÄNGDE DU MED?

2:A	Fel	Se avsnitt 2.5.3 / s. 68.
2:B	Fel	Se avsnitt 2.6.1 / s. 72.
2:C	Rätt	Se avsnitt 2.6.5 / s. 74.
2:D	Rätt	Se avsnitt 2.7 / s. 78.
2:E	Rätt	Se avsnitt 2.6.5 / s. 75.
2:F	Rätt	Se avsnitt 2.5.2 / s. 67.
2:G	Fel	Se avsnitt 2.6.2 / s. 72.
2:H	Rätt	Se avsnitt 2.6.1 / s. 71.
2:I	Rätt	Se avsnitt 2.9.1 / s. 83.
2:J	Rätt	Se avsnitt 2.3 / s. 62.

3 SIFFROR ÄR INTE BARA SIFFROR

Ex 3:1 Det här får bli frågor för dig att fundera över, men du kan ju tänka efter hur du själv skulle göra en sådan studie för att jämföra Malmö och Köpenhamn. Hur rättvisande kan den bli?

I urvalet av varor ingick också till exempel bio, kaffe för avhämtning, böcker, bussresor, bensin, alkohol, läsk och snabbmat.

Ex 3:2 Några kommentarer till denna uppgift:

a) Det som först blir uppenbart i det inledande exemplet är omfattningen av bilar och trafik vid olika tidpunker. När man analyserar frågan måste man också väga in till exempel förändringar av lagstiftning och trafikregler. Kan det ha utvecklats beteendeförändringar både vad gäller trafiken och utnyttjandet av bilen? Har bilarna blivit bättre och säkrare? Är standarden på vägarna högre? Har definitioner och rutiner vid rapportering av statistik förändrats? (Exempelvis exkluderas sedan 2001 personer som avlidit av sjukdom från ”dödade i trafik” och det kan handla om 25–30 sjukdomsfall per år.)

Slutsats: Det handlar dels om att kunna förstå siffrorna (hur och vad?), och dels om att kunna analysera dem (varför?).

b) En kommentar från Kriminalvården:

> Den enskilt viktigaste faktorn är att vi blivit bättre på riskbedömningar och placerar de intagna rätt från början. Mycket handlar om att minimera antalet aktiva missbrukare, det är ju ändå bara ett lågt staket att hoppa över.[90]

Ex 3:3 Här kan vi se några olika variabler:

- klass/årskurs – det vill säga årskurs 1, 2 och så vidare (som är att betrakta som namn på ett stadium i skolgången)
- tid (antal skolår) – hur länge eleven gått i skolan
- kunskapsmängd/nivå hos eleven.

Om Erik sagt att han hade gått sex år i skolan och hade lika lång tid kvar, hade det varit rätt. Då hade vi rört oss på *kvotdatanivå*. Men blandar han in kunskapsnivå eller -mängd hamnar vi på *ordinal nivå*. Om vi i stället trycker på ”kunskapskvalitet” börjar vi nog närma oss *nominal nivå*.

Ex 3:4 Förmåga att visa hänsyn; läshastighet; lämplighet att utöva ett visst yrke.

Ex 3:5

a) En summering av de som har förtroende för kungahuset minus de som inte har det.
b) Medelbetyg som beräknas på de 16 bästa ämnesbetygen i elevens slutbetyg. Vid beräkning av medelbetyget (meritvärdet) används följande poängskala: Godkänd = 10 poäng, Väl godkänd = 15, Mycket väl godkänd = 20. Maxvärdet kan därför bli 320 poäng.
c) ”… den egna och den svenska ekonomin, inflationen samt om planerade inköp av kapitalvaror och sparande.”[72]
d) En jämförelse av vad en hamburgare kostar i olika länder för att kunna se värdet av olika valutor.

Ex 3:6 Vi kan börja med att fråga: ”Vad innebär Ove Königs tid 38,4”? Den innebär inte att Ove König i sitt rekordlopp åkte på tiden 38,400000 … sekunder, utan att han åkte på en tid som kunde avrundas till 38,4, det vill säga en tid mellan 38,35 och 38,45. Tid är ett exempel på kontinuerlig variabel.

En konsekvens av detta blir att de tre löparna med tiden 38,4 i själva verket inte hade exakt samma tid i sina respektive rekordlopp. I extremfallet kan skillnaden vara 0,1 (skillnaden mellan 38,45 och 38,35) och omsatt till meter skulle det motsvara drygt en meter enligt vad som framgår i bilden. Bilden ger alltså inte en korrekt beskrivning av situationen i mål, under förutsättning att alla upprepar sina personliga rekord. Men hur skulle tecknaren ha kunnat rita annorlunda?

(Notera att exemplet utgår ifrån den noggrannhet som gällde vid dåtidens tidtagning.)

Ex 3:7 Variabeln ”Utseendeförändring” torde här vara på nominal datanivå. I övrigt skulle man kunna tänka så här:

1. Hårfärg – nominal, om det avser olika hårfärger. Tänker man sig nyanser av grått skulle man ju kunna skapa en skala med olika sifffervärden för olika nyanser från till exempel svart till vitt, och då kan man betrakta dessa siffervärden som ordinala eftersom de rangordnar de olika ”färgstegen”.
2. Tunnhårig – skulle ju kunna ordnas och bedömas i någon form av skala, det vill säga ordinal. Skulle man välja att mäta ytan där hår saknas har man nog flyttat upp ytterligare en nivå.
Och så vidare (liknande resonemang) när det gäller 3, 4, 5. Övervikt är väl kanske enklast eftersom man där helt enkelt kan mäta i kg eller BMI.

Ex 3:8 Risk är något som vi använder för att blicka framåt i tiden, och den bygger på en bedömning som görs utifrån befintlig statistik över vad som har varit eller är. Oftast då i form av en frekvens – i det här fallet hur många förstföderskor som har fått svåra bristningar i relation till totala antalet förstföderskor (vid olika sjukhus). Risken har sedan uttryckts i relativ frekvens, procent.

(Anmärkning: Svåra bristningar, av grad 3 eller 4, är när kvinnan spricker genom mellangården fram till ändtarmsmuskeln och hela eller delar av ändtarmsmuskeln brister.)

”Uppseendeväckande stora skillnader”? Ja, vad lägger vi i detta? I artikeln förs diskussionen utifrån begreppet ”för högt” men hur ska det definieras och i relation till vad?

Ex 3:9 Siffrorna är hämtade från 2005 och jämförelseåret blir därför 1980. Det här får vi veta (genomsnittsvärden):

1980	*Män*:	vikt 75,9 kg	längd 177,4 cm
2005	*Män*:	vikt 81,9 kg	längd 179,4 cm
1980	*Kvinnor:*	vikt 62,7 kg	längd 164,5 cm
2005	*Kvinnor:*	vikt 66,7 kg	längd 165,5 cm

Räknar vi sedan ut BMI i de fyra fallen, enligt formeln i avsnitt 3.3.2, så får vi följande resultat:

Män_{1980}:	BMI = 24,1	Kvinnor_{1980}:	BMI = 23,2
Män_{2005}:	BMI = 25,4	Kvinnor_{2005}:	BMI = 24,4

Genomsnittlig BMI-ökning blir alltså för män: 1,3 och för kvinnor: 1,2

Vi besvarar uppgiften genom att ta ytterligare ett citat ur den aktuella artikeln:

> Men vi har inte bara blivit tyngre. Vi har blivit längre också, men längden har med andra ord inte ökat i samma omfattning som vikten … vi har blivit tjockare. … Ungefär varannan man och drygt var tredje kvinna i Sverige är överviktig. Var tionde man och kvinna är att betrakta som fet.[95]

Ex 3:10 Här finns inga klargörande svar att bidra med, mer än att exemplet är tänkt att väcka tankar om hur man kan få tag på så tydlig och exakt information.

Att man hänvisar till en världsomfattande studie gör ju inte frågorna tydligare. Hur kan man ange så precisa siffror om en så ”diffus” företeelse som ”passiv rökning”? Siffrorna kan sedan också relateras till följande resultat:

> Totalt dog mer än 5,7 miljoner människor, enligt studien, i tobaksrelaterade sjukdomar 2004.[96]

Det är mycket angeläget att belysa och analysera viktiga frågor av detta slag. Men det måste också vara möjligt för oss att överväga hur olika siffermaterial tillkommit och att kritiskt kunna granska dem. Först då kan resultaten respekteras fullt ut och få ligga till grund för handling och åtgärder.

HÄNGDE DU MED?

3:A	Fel	Tvärtom! Se avsnitt 3.3.2 och 3.4.3 / s. 92 och 96.
3:B	Rätt	Se avsnitt 3.3.1 / s. 92.
3:C	Rätt	Se avsnitt 1.7.7 / s. 50.
3:D	Fel	Se avsnitt 3.3.2 / s. 92.
3:E	Fel	Vi har nominal datanivå. Se avsnitt 3.5.1 / s. 99.
3:F	Rätt	Se avsnitt 3.5.5 / s. 103. Däremot gäller inte alltid det motsatta förhållandet.
3:G	Fel	Se avsnitt 3.5.3 / s. 101. Det är endast kvotdata som har absolut nollpunkt.
3:H	Rätt	Se avsnitt 3.5.4 / s. 102.
3:I	Rätt	Se avsnitt 3.6 / s. 103.
3:J	Fel	Något sådant samband finns inte.

4 TABELLER

Ex 4:1 Intressant men kanske inte direkt meningsfullt att göra en sådan jämförelse. En snabb eftertanke säger att vi här nog också måste ta hänsyn till storlek på den bakomliggande gruppen, men också hur många i respektive grupp som var ute och gick under helgen.

Ex 4:2

★ Tabellen på sidan 113 ger ett mycket gediget intryck i sin exakthet, men samtidigt gäller det att vara uppmärksam vid tolkning av och jämförelser mellan olika sifferuppgifter. Noterna under tabellen är viktiga att hålla rätt på – observera skillnader i rapportering och definitioner!

★ Störst ökning? I absoluta eller relativa tal? För en jämförelse mellan sektorerna förefaller det naturligt att studera den relativa ökningen:

	Företag	*Off. sektor*	*Privat*	*Univ/ högskola*	*(Samtliga)*
1997	58 113	2 749	58	16 747	77 686
2007	81 449	5 305	179	23 520	110 454
Ökning	23 336	2 556	121	6 773	32 768
%	40	93	209	40	42

Ja, svaret tycks bli att för den största ökningen svarar ”Privat, icke vinstdrivande sektor”. Men nu återstår för dig att fundera över det resultatet om du vill beskriva och diskutera utgifter för FoU. Glöm inte att väga in den information som finns i noterna.

Ex 4:3

x (överträ-delser)	Avprick-ning	Absolut frekvens f (antal skolor)	Relativ frekvens f (proportion)		Relativ frekvens f (procent)
3	𝍷	1	$^1/_{25}$ eller	0,04	4
4	𝍷	1	$^1/_{25}$	0.04	4
5	𝍷	1	$^1/_{25}$	0,04	4
6	𝍷𝍷𝍷	3	$^3/_{25}$	0,12	12
7	𝍸 𝍷	6	$^6/_{25}$	0,24	24
8	𝍸 𝍷	6	$^6/_{25}$	0,24	24
9	𝍷𝍷𝍷𝍷	4	$^4/_{25}$	0,16	16
10	𝍷𝍷	2	$^2/_{25}$	0,08	8
11	𝍷	1	$^1/_{25}$	0,04	4
		$n = 25$	1	1	100

kf (absolut frekvens: antal skolor)	*kf* (procent)
1 = 1	4 = 4
1 + 1 = 2	4 + 4 = 8
2 + 1 = 3	8 + 4 = 12
3 + 3 = 6	12 + 12 = 24
6 + 6 = 12	24 + 24 = 48
12 + 6 = 18	48 + 24 = 72
18 + 4 = 22	72 + 16 = 88
22 + 2 = 24	88 + 8 = 96
24 + 1 = 25	96 + 4 = 100

Beträffande f uttryckt i proportion spelar det ingen roll om du anger proportionen som bråk eller decimaltal. f i procent får du genom att multiplicera proportionerna med 100.

kf-värdena talar om hur många skolor eller hur stor andel av skolorna (beroende på vilket *kf*-alternativ som väljs) som har mindre än eller lika med ett visst antal registrerade hastighetsöverträdelser.

Eftersom frågan enbart gäller ”mindre än” får vi utgå från $x = 6$ och avläsa motsvarande *kf*-värde: 6 stycken respektive 24 %.

Ex 4:4 Vilken blöja är bäst? Det var så frågan ställdes i artikeln.

Det är inte alldeles enkelt att få grepp om resultatet men det var så vi fick redovisningen i tidningen. Med den informationen var det sedan upp till oss läsare att själva avgöra.

Här får vi olika egenskaper redovisade var för sig vilket kan vara positivt eftersom vi kan värdera dem olika. Ett annat, ofta använt, tillvägagångssätt kan vara att baka ihop resultatet till någon form av total testpoäng – ett slags blöjindex.

Så här kommenterar tidningen Vi själva resultatet:

> Lägger man ihop antalet anmärkningar, så som vi gjort i tabellen, så har den dyraste blöjan Rustibuss klarat sig bäst, trots att den blötte igenom mer än Lenina dag och Lilla Ja dunmjuk och ytterskiktet lättare gick sönder än på de övriga. Lenina dag har fått flest anmärkningar, men den blöter igenom minst av de fyra, vilket ju är viktigt. Slutsatsen måste bli att ingen av de fyra provade blöjsorterna kan sägas vara absolut bäst. De skillnader vi fått fram i vår granskning är små och har knappast någon praktisk betydelse.[104]

Ex 4:5 De tre inledande påståendena (avsnitt 4.1, sidan 113): (1) Rätt, (2) Rätt, (3) Rätt.

Påståendena i exempel 4:5 (sidan 125): (4) Fel, (5) Rätt och (6) Fel.

Ex 4:6 En sådan här uppgift kan lösas på olika sätt. Här följer ett:

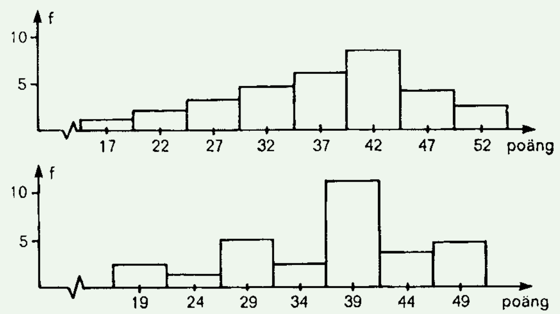
Utbredning? Högsta värde – lägsta = 51–17 = 34
Klassbredd? 34/10 = 3,4. En klassbredd på 5 kanske kan vara lämplig (eller 4).
Första klassen? Förslag 15–19.

Klass	Avprickning	f
15–19	I	1
20–24	II	2
25–29	III	3
30–34	𝍸	5
35–39	𝍸 I	6
40–44	𝍸 III	8
45–49	IIII	4
50–54	II	2
		$n = 31$

Om klassgränserna sedan flyttas 3 enheter (poäng) nedåt:

Klass	Avprickning	f
12–16		0
17–21	II	2
22–26	I	1
27–31	𝍸 I	6
32–36	II	2
37–41	𝍸 𝍸 I	11
42–46	IIII	4
47–51	𝍸	5
		$n = 31$

Antalet klasser ändras och vi får 7 i stället för 8. Frekvensfördelningarna har också fått olika utseende. Vi får olika bilder av materialet, vilket blir tydligt om vi framställer dem grafiskt:



Tänk på att beskrivningen styrs genom vårt val av klassindelning, men i de allra flesta fall får det inte samma effekt som i vårt exempel. (Vi har ju valt siffrorna så för att belysa probematiken.)

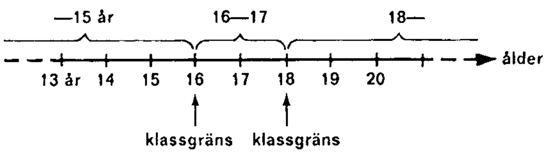
Ex 4:7 Om man vill försöka göra en något bättre bedömning av städers insats i flyktingmottagningen än att bara räkna antal mottagna personer, så kan man ju börja med att ta hänsyn till städernas folkmängd. Det ger följande utfall:

	Folkmängd	*Mottagna*	*Mottagna per 1000 inv*
Stockholm	1 252 020	2 649	2,12
Göteborg	510 491	1 712	3,35
Malmö	258 020	1 167	4,52
Södertälje	60 279	888	14,73
Växjö	55 600	423	7,61
Uppsala	128 409	373	2,90

Flyktingmottagarindex? Ja, vilka faktorer kan påverka en stads eller kommuns förutsättningar om man så objektivt som möjligt vill kunna göra jämförelser avseende flyktingmottagning?

Ex 4:8 Vi börjar med att syna variabeln ålder. Det besvärliga här är att den inte följer det vanliga mönstret för kontinuerlig variabel, nämligen att 16 står för värden mellan 15½ och 16½. Man är ju 16 år från det man fyller 16 fram till man fyller 17.

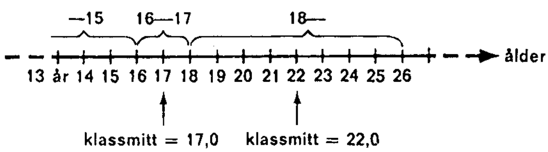
Låt oss pricka in de klassgränser vi ska uttala oss om på en åldersaxel:



Den enda klass som vi tydligt kan ringa in är ”16–17 år” medan de övriga två är så kallade öppna eller obegränsade. Men det är ändå inte riktigt sant eftersom vi vet att undersökningen omfattade ungdomar till och med 25 år (se avsnitt 4.6, sidan 126). Klassen ”18–” måste därför sluta vid 25 och blir då ”18–25”.

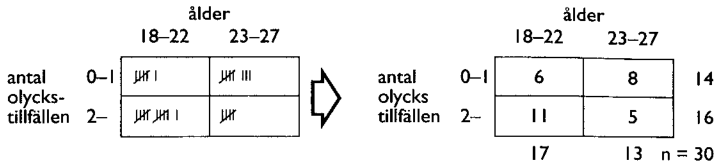
Den yngsta klassen är däremot besvärligare. Visst finns det en undre gräns för första samlaget – men när? De yngsta i undersökningen är visserligen 16 år, men debutåldern vet vi inget om.

För att kunna finna klassmitten behöver vi klassgränserna:



Tänk på att det alltid finns en verklighet bakom siffrorna!

Ex 4:9 För att kunna ställa upp en fyrfältstabell måste vi slå ihop värdena för respektive variabel i två klasser. (Det kan naturligtvis göras på olika sätt.)



Av marginalfördelningarna i fyrfältstabellen får vi veta att vi har 17 yngre (18–22 år) och 13 äldre (23–27 år). Vi har 14 tjejer med 0–1 olyckstillfällen och 16 med 2 eller flera. Via marginalfördelningarna får vi alltså information om varje variabel för sig.

Det förefaller som om antalet olyckstillfällen minskar med ökad ålder. Andelen med 2 eller fler olyckstillfällen är betydligt mindre i åldersgruppen 23–27 än i 18–22.

Ex 4:10 ”Schäfern bitar oftast …”? Gäller det absolut frekvens, det vill säga flest registrerade fall, eller är det i relation till schäfergruppens storlek?

”… fyra gånger bitskare …”? Schäfrar är inblandade i 27 procent (33/122) av de fall där barn blivit hundbitna, men schäfern utgör endast 6,5 procent av hundarna i Göteborg (det vill säga påståendet stämmer utifrån dessa uppgifter).

Om nu schäfern står för högst antal, 33 st, skulle tvåan (”blandrashunden”) inte kunna ha mer än högst 32 registrerade fall av hundbitna barn. Uppgifterna om blandrashunden talar inte om hur stor andel de uppgår till, varför vi inte kan göra någon exakt beräkning. Kvar är då minst 57 fall för övriga hundraser; men är dessa ”genomsnittshundar”? ”Genomsnittshunden” skulle vara en ”rasren icke-schäfer” – men sedan då?

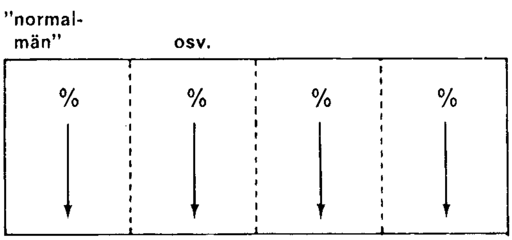
Ytterligare några kommentarer:

- Undersökningen avser enbart hundbett som lett till besök på sjukhus, och därtill bara på barnkirurgen. Bitna ungdomar och vuxna är inte med i sammanställningen.
- Rastas schäfrar mer än andra hundar?

- ”Olämpliga hundägare” – kan det vara någon specifik typ av person som väljer schäfer och i så fall varför?
- Bett av mindre hundar leder inte i samma utsträckning till sjukhusbesök?

Ex 4:11
a) 61 procent av 3-åringarna i undersökningen har lagt sig eller ligger klockan 20.30.
b) 33 procent ökar till 60 procent under denna tid. Alltså går 27 procent av 4-åringarna och lägger sig mellan klockan 20.00 och 20.30.
c) Ur tabellen kan man utläsa att 54 procent har lagt sig eller ligger klockan 21.00. Vill man försöka vara exaktare skulle man kunna ange några minuter före klockan 21.00 som trolig tidpunkt.
d) Klockan 20.30 (46%). Klockan 21.00 har en majoritet (52%) av 6-åringarna gått och lagt sig.
e) I tabellen redovisas kumulativa frekvenser för de olika åldrarna var för sig. Inte för någon ålder har vi nått den tidpunkt då samtliga barn har gått och lagt sig. 100 procent kommer vi alltså att finna till höger i tabellen vid ett senare klockslag.

Ex 4:12 Procenttalen summerar inte till 100 på någon ledd, men troligen har procenten beräknats för normalmän och så vidare, var för sig.



Anledningen till att procenttalen inte blir 100 är att ungdomarna har kunnat uppge fler än ett svarsalternativ samtidigt.

Ex 4:13 Vi har här ett exempel på en tabell med flera ingångar. Antal variabler är tre: den tillfrågades ålder, ålder vid första samlaget och kön.

Resultat enligt undersökning: På ett årtionde har åldern för kvinnans sexdebut sjunkit kraftigt medan den i stort sett legat stilla för män. (Kom ihåg att det här materialet har många år på nacken.)

Ex 4:14

a) Andelen överviktiga i samma åldersgrupp under fyra olika år.
b) Hur de överviktiga fördelar sig efter ålder vid olika år.
c) Man kan följa dem som är födda under vissa år framåt i tiden.

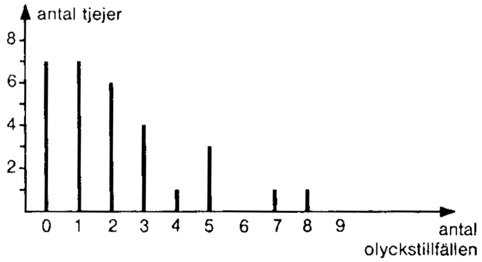
HÄNGDE DU MED?

4:A	Fel	Se avsnitt 4.4.2 / s. 117.
4:B	Rätt	Se avsnitt 4.4.2 / s. 117.
4:C	Rätt	Se avsnitt 4.4.3 / s. 118.
4:D	Fel	Se avsnitt 4.5 / s. 122. Antal klasser = 10 är en mycket grov tumregel. Antal klasser kan variera avsevärt beroende på materialets beskaffenhet och syftet med undersökningen.
4:E	Rätt	Se avsnitt 4.4.1 / s. 116.
4:F	Fel	Se avsnitt 4.7 / s. 129. Hela gruppen = 100%. Bland de äldre är förhållandet arbetslös/icke arbetslös = 15/25.
4:G	Fel	Se avsnitt 4.7 / s. 129. Yngre arbetslösa = 35% och äldre arbetslösa = 15% av hela den undersökta gruppen.
4:H	Rätt	Se avsnitt 4.7 / s. 129.
4:I	Rätt	Se avsnitt 4.7 / s. 129. 43/67 = 0,64 och 5/8 = 0,63.
4:J	Rätt	

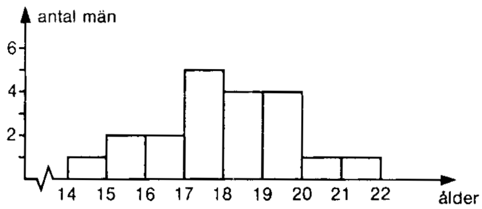
5 GRAFISK FRAMSTÄLLNING

Ex 5:1 Upprätta först en frekvenstabell av materialet.

Eftersom *antal olyckstillfällen* är en diskret variabel väljer du ett stolpdiagram för den grafiska framställningen:



Ex 5:2 Från avsnitt 4.3 hämtar vi frekvenstabellen och eftersom vi här har en kontinuerlig variabel väljer vi att redovisa materialet i ett histogram:



Här har vi valt att pricka in åldern längs en tidsaxel, men man kan ju också tänka sig att ange den ålder som stapeln avser över eller under stapeln (se sidan 140).

Vilken typ av frekvens vi väljer vid den grafiska framställningen spelar ingen roll, bilden blir densamma. Det är bara skalan på f-axeln som kommer att variera.

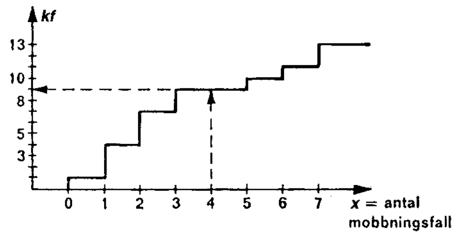
Ex 5:3 Vilken är variabeln? x = antal mobbningsfall/skola. Vad betyder f? f = antal skolor. Vad berättar stolpdiagrammet?

1 skola	rapporterar	0 mobbningsfall	= 0 mobbningsfall
3 skolor	rapporterar	1 mobbningsfall var	= 3 mobbningsfall
3 skolor	rapporterar	2 mobbningsfall var	= 6 mobbningsfall
2 skolor	rapporterar	3 mobbningsfall var	= 6 mobbningsfall
1 skola	rapporterar	5 mobbningsfall	= 5 mobbningsfall
1 skola	rapporterar	6 mobbningsfall	= 6 mobbningsfall
2 skolor	rapporterar	7 mobbningsfall var	= 14 mobbningsfall
13 skolor			40 mobbningsfall

Undersökningen bygger på 13 skolor och 40 kända fall av mobbning har rapporterats.

Börja med en tabell där du anger den kumulativa frekvensen för materialet.

Eftersom vi har en diskret variabel blir den grafiska framställningen en trappstegskurva:

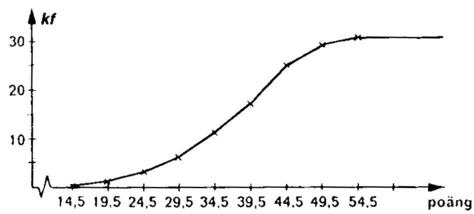


Hur många skolor redovisade 4 mobbningsfall eller färre? Vi börjar vår avläsning i figuren vid $x = 4$ och går sedan upp till kurvan. Därefter går vi ut till *kf*-axeln för avläsning: 9 skolor redovisade 4 mobbningsfall eller färre.

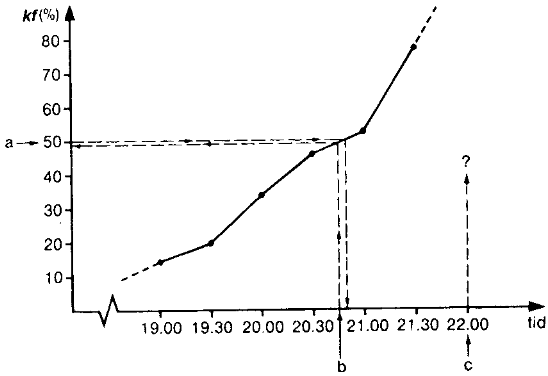
(Lägg märke till att kurvan i princip kan dras ut hur långt som helst till höger.)

Ex 5:4 Utgå ifrån den frekvenstabell du tidigare gjort (se lösning till exempel 4:6).

Eftersom materialet är klassindelat väljer vi här summapolygon, där *kf*-värdena för klasserna prickas av vid de övre klasgränserna.



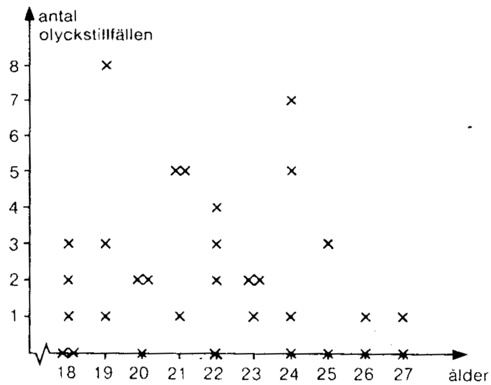
Ex 5:5 Eftersom variabeln är kontinuerlig väljer vi summapolygon:



(Före 19.00 respektive efter 21.30 kan vi inte ange exakt hur kurvan ska dras.)

a) Vi börjar avläsningen vid *kf* = 50 % och får svaret 20.50.
b) Vi utgår från värdet 20.45 och kan sedan avläsa 49 %. Men 49 % är andel barn som ligger 20.45 – alltså är 51 % uppe.
c) Det kan vi inte ge något exakt svar på. Vi vet inte vad som händer efter 21.30, men det är minst 78 %, det vill säga de som redan låg 21.30.

Ex 5:6 Koordinatsystemet ger en mer detaljerad bild av materialet än en fyrfältstabell, som ju är en form av förkortning av materialet.



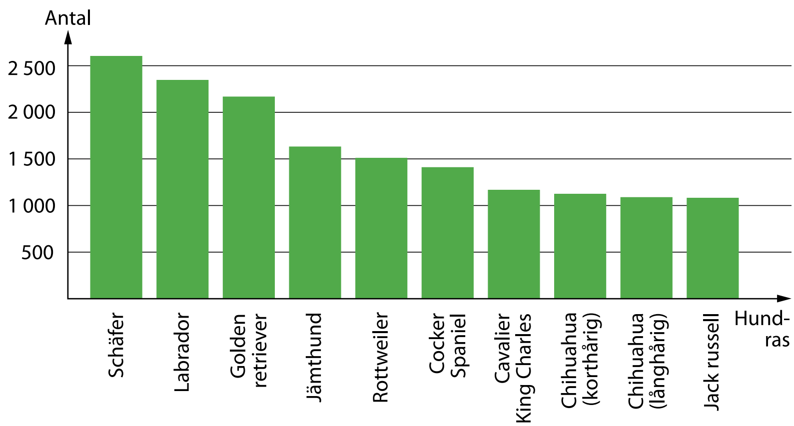
Det finns ingen klar tendens i materialet. Den individuella variationen är stor. Möjligen skulle man kunna säga, trots de höga värdena för två 24-åringar, att antalet olyckstillfällen avtar med ökad ålder.

Ex 5:7 Så här kommenterar författarna själva resultatet i boken:

> Föga överraskande är länder med större jämlikhet också generösare mot fattigare länder, på samma sätt som individer som har förtroende för andra visar större vilja till välgörenhet. FN:s mål för utvecklingsbistånd är 0,7% … Endast Norge, Sverige, Danmark och Holland når upp till detta mål. … Det kanske är så att Japans oväntat låga bistånd avspeglar det faktum att landet dragit sig undan från den internationella scenen efter andra världskriget medan Storbritanniens bistånd, som är högre än förväntat, avspeglar de historiska, koloniala banden med många utvecklingsländer.[116]

Spridningsdiagrammet och linjen genom materialet är tänkt att utgöra "ett slags sammanfattning" av materialet och visa på det samband som kan finnas, men mer om detta i kapitel 8.

Ex 5:8 Vi väljer ett stapeldiagram:



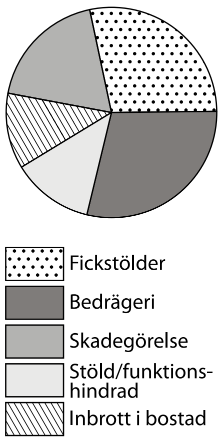
Ex 5:9 För att kunna jämföra räknar vi ut andel räddade i respektive klass:

Andel räddade (%)	1:a klass	2:a klass	3:e klass
Män	34	8	12
Kvinnor	97	84	55
Barn	83	100	30
Totalt	63	42	25

Tabellen visar det som redan påståtts i artikeln: *Flest räddade i första klass!* (Den observante har givetvis lagt märke till att diagrammets staplar inte är proportionerliga.)

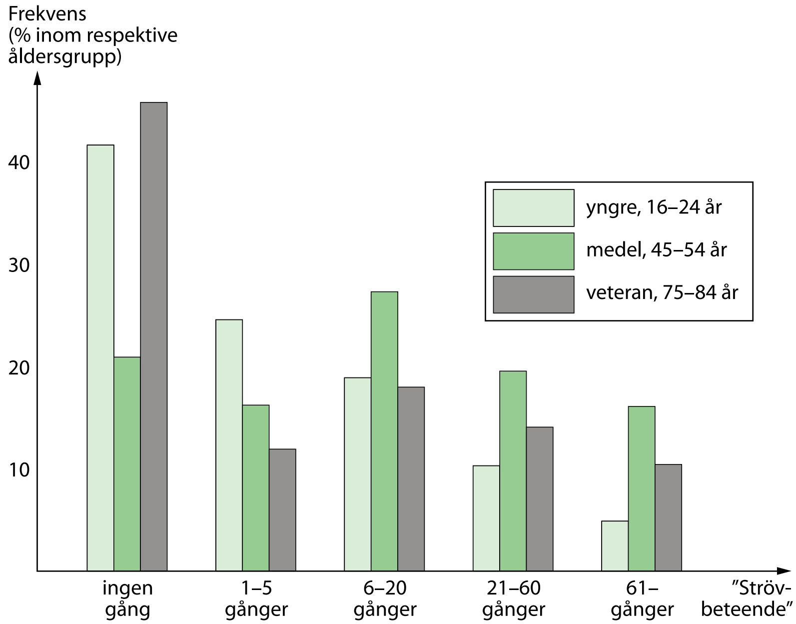
Ex 5:10 Ur artikeln hämtar vi också följande information:

> Det är svårutredda brott. I huvudsak handlar det om organiserad kriminalitet, delvis är det internationella ligor och de väljer ut de svagaste offren … För att få bukt med äldrebrotten krävs att varje polisdistrikt har specialister på just den här typen av brottslighet.[118]



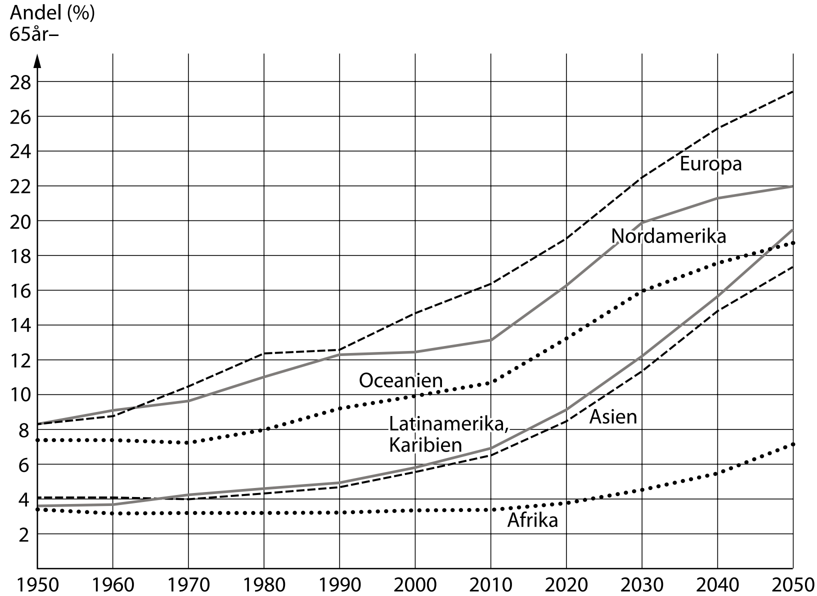
Ex 5:11 Vad berättar egentligen siffrorna i tabellen? Om vi utgår från resultatet för ”samtliga, alla åldrar” så får vi veta att 26,8 procent inte strövat någon gång alls medan alltså 73,2 procent har gjort det. Den senare gruppen har sedan minskat till 55,3 procent då frågan gällde om de strövat mer än 5 gånger, alltså 6 gånger eller mer. Det innebär således att 17,9 procent strövat 1–5 gånger … och så vidare.

Vilket diagram vi sedan väljer beror vad vi vill lyfta fram ur resultatet, men det här kan vara ett sätt:



För att bedöma "strövresultatet" och dess omfattning i olika åldrar (och totalt) kan det behövas information om hur stora olika åldersgrupper är, men exaktheten är inte det primära (vilket också framgår av att samtliga antal slutar med 000).

Ex 5:12



Om kurvorna skulle ligga mycket nära varandra får man hitta på ett sätt att markera dem så att de går att skilja åt.

Ex 5:13 Vad säger egentligen de redovisade siffrorna?

I ”verkligheten” (medelvärdet för samtliga kommuner) är arbetsbördan (1 902 elever/skolpsykolog) ungefär 4 gånger så stor som Psykologförbundets krav (500 elever). Bilden visar också en fyrdubbling på höjden av figuren men bredden har samtidigt blivit 4 gånger större. Alltså ser vi här en 16-dubbling i relation till kravet.

Motsvarande gäller i jämförelsen mellan ”storstäder” (1 276 elever) och kravet (500 elever). Ungefär 2½ gånger större arbetsbörda beskrivs med en figur som både är 2½ gånger högre och 2½ gånger bredare. Detta ger bilden av ungefär en 6-dubbling av arbetsbördan.

★ Vad tror du påverkar dig mest – siffrorna i texten eller figurerna som illustrerar? Tänk på att använda ”det tvådimensionella” rätt!

Ex 5:14 När du ritar om diagrammet (tidsserien) så att *f*-axeln börjar med 0 och i övrigt använder samma skala som i figuren på sidan 137, kommer du att upptäcka att *f*-axeln blir cirka 23 cm hög, upp till värdet 28 000. Hur upplever du då kurvan i artikeln om du jämför? Det som i det stympade diagrammet kan se ut som nästan en 5-dubbling mellan 2004 och 2009 kommer nu i ett annat ljus. I själva verket är ökningen mellan åren 12,5 procent.

Ex 5:15

a) Ingenting, enligt en av artikelförfattarna. Flaskorna är med av estetiska skäl. Men ”det svarta i flaskan” anger den totala alkoholförbrukningen per invånare och år i respektive land, och i artikeln får man veta att vid den här tidpunkten är siffran för Frankrike 17,3 liter och för Israel 2,1.

b) Ja, det är ju inte lätt att veta när skala på *f*-axeln saknas, men med den information som finns i a) (ovan) så kan man försöka göra en uppskattning (aktuell siffra för Sverige var 5,6 liter).

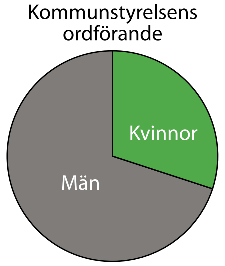
c) Uppgifterna i figuren avser ren alkohol. Öl, vin och starksprit är omräknade till 100 procent alkohol.

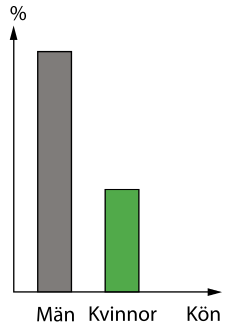
d) Personen utgick från att den flaska som var nästan tom också motsvarade högst konsumtion av redovisade länder. Resten av innehållet i flaskan var urdrucket.

Ex 5:16

a) Av de 289 ordförandena i bilden är 83 markerade som kvinnor. Det innebär att deras andel är 28,7 procent vilket ungefär motsvarar ”tre fall av tio” och därmed blir männens andel ”sju fall av tio”. Hade 87 varit kvinnor hade det blivit 30,1 procent, vilket mer exakt hade stämt med påståendet, men ”sju av tio” får ses som en avrundning.

Enklare (men inte lika fantasieggade) är följande diagram:





b) I ett cirkeldiagram står den aktuella gruppens storlek i relation till cirkelns yta (eller ”tårtbitar” av ytan). Jämför man olika stora grupper kan det också avspeglas i att man gör cirkeldiagrammen olika stora, såsom i detta fall.

Gruppen ”Barn 0–6 år” är 1 548 stycken och ”Barn 7–14 år” är 8 071 stycken. Alltså är relationen 1 548 : 8 071 = 1 : 5,2.

För att räkna ut ytan i respektive cirkel behöver vi veta radien och då blir det till att använda linjal och mäta: ungefär 1,05 cm respektive 2,4 cm. Ytan får vi sedan genom att ta radien i kvadrat och sedan multiplicera med 3,14 (pi): 3,5 cm^2 och 18,1 cm^2. Relationen mellan cirkeldiagrammens ytor blir då 1 : 5,2. (Visserligen ser resultatet exakt ut men våra mätningar är grova uppskattningar. Hur som helst får vi väl anse att bilden i stort sett visar rätt relation.)

Ex 5:17 Vi uppmanar dig att själv börja räkna på hur saldot växer med hänsyn till ökat kapital och tillskott av ränta. Tillskottet av 500 kr per månad blir onekligen en rak linje, men vad händer med räntan? Ränta på ränta – och därmed saldot?

Ex 5:18

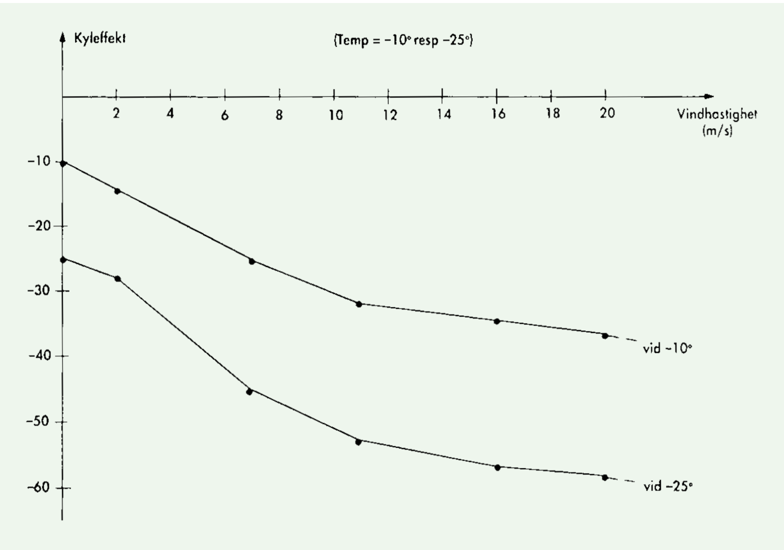
a) Spridningsdiagram, men man har dessutom lyckats väva in en tidsfaktor.

b) Antal variabler är tre: tidsfaktorn, antal mödrar som … och antal skilsmässor med …

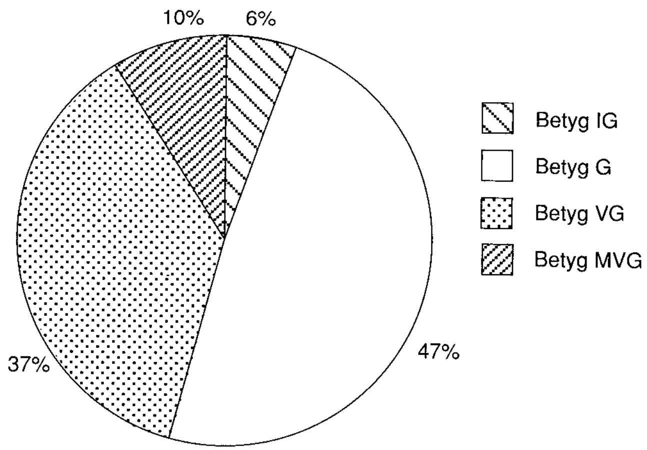
c) Det är inte lätt att hitta 1953 och 1965. Om man lyckas kan man avläsa: 1953 ungefär 5 200 skilsmässor, lite drygt 15 000 ensamstående mödrar; 1965 ungefär 5 750 skilsmässor, drygt 17 500 ensamstående mödrar.

d) Här är det meningen att du ska få dig en tankeställare när det gäller att presentera angelägen information och samtidigt göra den lättillgänglig.

Ex 5:19 Det är inte alldeles självklart hur man kan överföra tabellen till grafisk framställning eftersom det redovisade materialet är tredimensionellt, det vill säga har tre variabeler som är sammanvävda. Tabellen behöver brytas ner och då finns det olika alternativ beroende på vad du vill visa. Det här kan vara ett sätt:



Ex 5:20 Vad kan vara lämpligt? Vad ska betygsdiagrammet användas till? Jämförelse med andra betygsfördelningar eller …? Vi väljer ett cirkeldiagram:



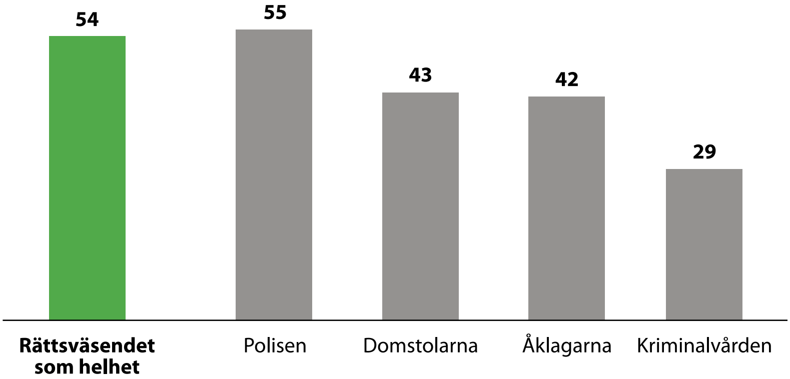
HÄNGDE DU MED?

5:A	Fel	Se avsnitt 5.3.1 / s. 139.
5:B	Fel	Se avsnitt 5.3.2 / s. 139. Histogram!
5:C	Rätt	Se avsnitt 5.3.3 / s. 141.
5:D	Rätt	Se avsnitt 5.3.3 / s. 141.
5:E	Fel	Se avsnitt 5.4 / s. 142. Kumulativa frekvenser för ett icke klassindelat material redovisas i trappstegskurva om variabeln är diskret och summapolygon om den är kontinuerlig.
5:F	Rätt	Se avsnitt 5.5 / s. 146. $x = 4$ (test 2) och $y = 2$ (test 1).
5:G	Rätt	Se avsnitt 5.6.1 / s. 147.
5:H	Rätt	Se avsnitt 5.5 / s. 146.
5:I	Fel	Se avsnitt 5.8 / s. 162. Normalfördelningen är symmetrisk kring sitt ”mittenvärde”.
5:J	Fel	Se avsnitt 5.9 / s. 164. Rektangulär fördelning innebär att alla värden har samma frekvens, men i exemplet är frekvensen 25% och inte 20%.

6 CENTRALMÅTT

Ex 6:1 Här undersöks variabeln ”det förtroende som allmänheten har för rättsväsendet”, och det görs med hjälp av en skala med olika skalsteg – ”mycket stort” och så vidare (ordinal datanivå).

Men vi kan också betrakta ”rättsväsendet” som en variabel (med dess olika delar som variabelvärden, nominal datanivå) avseende andel ”stort förtroende”, och det är vad klippet fokuserar på. Lämpligt kan då vara att använda stapeldiagram för att presentera resultatet (se också avsnitt 5.6.4):



Typvärdet (T) = ”polisen”.

Helheten har mätts för sig och eftersom människor kan lägga olika vikt vid de olika delarna av rättsväsendet är inte förtroendet för helheten automatiskt lika med det genomsnittliga värdet för de olika delarna.

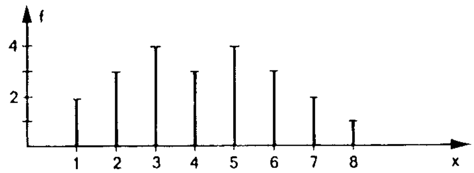
Ex 6:2 Vi börjar med att ställa upp materialet i en frekvenstabell:

x = snabbheten	f = antal personer
2	3
3	5
4	8
5	6
6	6
7	2

Högsta frekvensen = 8, motsvarande variabelvärde och därmed också $T = 4$ (alltså: det variabelvärde som förekommer oftast).

Md hittar vi mellan den 15:e och 16:e observationen eftersom $n = 30$. $Md = 4$.

Ex 6:3 Två variabelvärden som förekommer oftast? Så här kan exempelvis ett sådant material se ut:



Typvärdet? Ser vi till definitionen så finns det inget typvärde, men samtidigt skulle vi kanske kunna tänka oss och ange att det finns två. Syftet är ju trots allt att försöka sprida ljus över materialet.

Ex 6:4 Följ arbetsgången:

Ordna observationerna i storleksordning. Antal observationer? 15, det vill säga udda antal. Alltså är *Md* den mittersta observationen.

0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 6

Md = 2

m? Summan av observationerna/antalet observationer.
$m = 36/15 = 2{,}4$.

Ex 6:5 Diagram? Eftersom det är ett klassindelat material väljer vi att använda oss av ett histogram, men i och med att vi har en viss variation när det gäller klassbredd måste vi också överväga hur vi gör med *f*-axeln (se de två alternativen i avsnitt 5.3.2, sidan 141). Vi måste också fundera också hur vi gör med ”ej svar”. Hoppar vi över det i den grafiska framställningen eller lägger vi det som en särskild ”låda” vid sidan om?

Md_{2005} beräknas med hjälp av formeln på sidan 178. *Md* återfinns i klass *1–1 300*: nedre klassgräns = 1, frekvens före klassen 49 %, frekvens i klassen 15 %, klassbredd 1 300. $Md = 187$ kr/månad.

m_{2005} = 1 034 kr/månad.

Md_{2007} = 0. Eftersom 6 % ej svarat återstår 94 % och då ligger ”hälften” i klass *Inget* (det vill säga 0 kr/månad).

m_{2007} går inte att beräkna eftersom vi är beroende av värdena på klassmitten och den går inte att ange för klass *Över 6 300*. (Sedan kan man ju alltid göra en uppskattning av vad de (1%) som finns i klassen kan tänkas ha betalt och sedan beräkna *m* på den grunden.)

Under alla förhållanden så har vi här sneda fördelningar, vilket gör det mindre lämpligt att använda *m*. Jämför *Md* och *m* för 2005. Bor kvar hemma? I artikeln förmedlas följande:

- Främsta skälet: det är billigt och praktiskt.
- Ökningen avspeglar situationen, de ser helt enkelt ingen annan utväg.
- ”Jag har inte råd att flytta.”
- De har gett upp: ”Jag vet inte hur det kommer att gå”.
- Arbetslösheten ökar, bostadsbyggandet går ner.

Ex 6:6 Ur tabellen får vi veta att läggtiderna för 5-åringar fördelar sig enligt:

Tidpunkt:	19.00	19.30	20.00	20.30	21.00	21.30
kf (%)	2	10	22	36	54	77

↑ *Md*

Md-läggtiden ligger i intervallet (klassen) 20.30–21.00

$$Md = 20.30 + \frac{50-36}{18} \cdot 30 \text{ min} = 20.53$$

Våra beräkningar förtäljer att på fredagkvällarna har hälften av 5-åringarna gått och lagt sig klockan 20.53.

Typvärdet för 6-åringarna? De flesta 6-åringar lägger sig, enligt tabellen, mellan 21.00 och 21.30 (26 %), det vill säga ”typklassen” är 21.00–21.30. Som typvärde (*T*) skulle vi i det här fallet välja klassmitten 21.15.

Ex 6:7 Det här kan tabellen berätta för oss:

m = summan av årsinkomsterna/antal anställda
$m_{2009} = 2\,601\,000/9 = 289\,000$
$m_{2010} = 2\,565\,000/9 = 285\,000$

Enligt statistiken finns en minskning mellan 2009 och 2010, men varför då?

Ex 6:8 Vad vet vi om de sex observationerna? Vi ställer upp dem i storleksordning (och skriver "?" för dem som saknas):

?, 10, 12, 12, 14, ?

Och nu över till frågan om de tre centralmåtten:

Typvärdet går inte att ange definitivt. Det lutar åt T = 12, men "större än 13", kan ju vara 14.

Medianen kan beräknas. *Md* påverkas här inte av de båda saknade observationernas värde. *Md* = 12.

Aritmetiskt medelvärde går inte att beräkna.

Ex 6:9 Vilken datanivå har vi i exemplet? Med hänsyn till tillgänglig information kan vi endast påstå att egenskapen *rangordning* är uppfylld, det vill säga ordinal datanivå. Med den utgångspunkten väljer vi *Md*, och efter att ha ställt upp observationerna i storleksordning får vi:

$$0,\ 0,\ 1,\ 1,\ 1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 6,\ 8$$

$$Md = \frac{1+3}{2} = 2$$

Ex 6:10 För att beräkna m behöver vi ta fram "konsumtion/dag = klassmitten" (x) i de olika klasserna. Eftersom vi har en öppen klass ("mer än 15") kan m endast beräknas för innebandy, där f = 0% i den klassen. (Badminton har 3 procent som röker "mer än 15".)

Innebandy:

Antal cig.	x	f (%)	$f \cdot x$
1–6/vecka*	0,5	11	5,5
1–3/dag	2	13	26
4–10/dag	7	11	77
11–15/dag	13	4	52
>15/dag		0	0
		39 %	160,5

*omräknas till konsumtion/dag

$$m = \frac{160{,}5}{39} = 4{,}1 \text{ cig./dag}$$

För badminton skulle vi i stället kunna beräkna ett *Md*-värde och behöver då inte använda klassmitterna:

Antal cig	f (%)	
1–6/vecka	3	
1–3/dag	3	
4–10/dag	3	
11–15/dag	18	← *Md*-klassen.
>15/dag	3	
	30 %	

$$Md = 11 + \frac{\frac{30}{2} - 9}{18} \cdot 4 = 12{,}3 \text{ cig/dag}$$

Vill vi sedan jämföra innebandy och badminton, måste vi räkna ut *Md* även för innebandy.

Ex 6:11 Vi kan inte beräkna m eftersom vi har den öppna klassen ”4–” (”Mindre än ½” är ej öppen: ”0–½”). I stället väljer vi *Md*. Materialet delas på mitten vid gränsen mellan klasserna ”½–1” och ”1–2”. Alltså är *Md* = 1.

Även T går att beräkna, men det måttet ger sämre information än *Md*. T faller i klassen ”0–½” och en grov uppskattning av T blir därför ¼.

Ex 6:12 Med Sveriges tal 1,85 kommer vi att bli färre vilket också gäller i övriga Europa.

Med reproduktionstal för en given tidsperiod avser man att belysa i vilken omfattning en generation av befolkningen under rådande fruktsamhets- och dödlighetsförhållanden skulle kunna reproducera sig själv. 0,905 räcker inte till för att hålla befolkningen oförändrad på sikt. Om nettoreproduktionstalet är större än 1, innebär det på lång sikt en folkökning, om det är mindre än 1, en folkminskning.

En födelsekull av flickor bör i genomsnitt under sin kommande levnad få 2,06 barn om det ska råda full reproduktion. I själva verket bör man korrigera uppåt till 2,10 eller något mer på grund av dödligheten.

Ex 6:13 Så här skulle det kunna se ut:

Förändring sjukanmälningar	Antal län
–10 – –5	1
–5 – 0	2
0 – 5	5
5 – 10	7
10 – 15	5
15 – 20	1
	$n = 21$

Redovisade förändringssiffror:

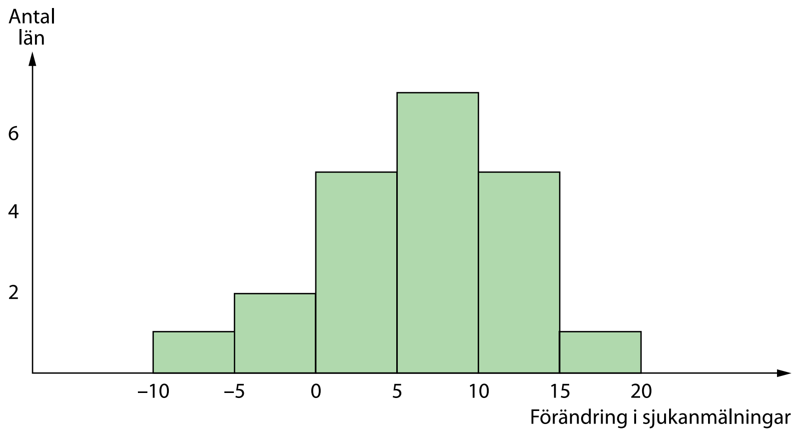
$Md = 6{,}9$

$$m = \frac{135{,}1}{21} = 6{,}4$$

Klassindelat material:

$Md = 7{,}5$ (klassmitt i klass ”5–10”)

$$m = \frac{132{,}5}{21} = 6{,}3$$



”Samtliga 7,3”? Våra beräkningar bygger på att alla distrikt har lika vikt (det vill säga är lika ”stora”), men i det sammantagna materialet kommer distriktens varierande storlek (och ”bidrag”) att slå igenom.

Ex 6:14 Ur samma artikel i Läkartidningen hämtar vi följande sammanställning som klargör mått och begrepp:

Produktivitetsmått		*Prestationsmått*	*Resursmått*
Medelbeläggning	$= \dfrac{\text{Vårddagar} \cdot 100}{\text{Vårdplatser} \cdot 365}$	Vårddag	Vårdplats
Medelvårdtid	$= \dfrac{\text{Vårddagar}}{\text{Vårdtillfällen}}$	Vårdtillfälle	Vårddag
Patientomsättning	$= \dfrac{\text{Vårdtillfällen}}{\text{Vårdplatser}}$	Vårdtillfälle	Vårdplats
Tombäddstid	$= \dfrac{\text{Vårddagar (outnyttj)}}{\text{Vårdtillfällen}}$	Vårdtillfälle	Vårddag (outnyttj)

Figur 1. *Fyra produktivitetsmått. Medelvårdtid och tombäddstid är inverterade produktionsmått.*

Ex 6:15 Försök avläsa vilket riskvärde som gäller för olika åldrar och sedan den procentuella förändringen mellan åren (och då talar vi här inte om antal procentenheter). Troligen kommer du fram till ungefär detta:

Ålder	*Risk (%)*	*Förändring (%)*
13	47	
14	41	−12,8
15	38	−7,3
16	31	−15,8
17	24	−22,6
18	17	−29,2
19	16	−5,9
20	12	−25,0

Genomsnittlig minskning = 118,6 / 7 = 16,9 (%)

Eftersom diagrammet är skissartat och våra avläsningar trubbiga får vi väl anse att det här beräknade m = 16,9 ligger så nära Systembolagets 14 procent att den uppgiften stämmer.

Ex 6:16 Eftersom medelvärde 1 genomgående är lägre än 2 förstår vi att det avser ”samtliga” då också alla utan inkomst räknas med.

Medelvärde 2 blir högre än medianvärdet eftersom vi här har en snedfördelning (såsom ofta är fallet vid inkomstfördelningar), och det drar upp m (se avsnitt 6.6.3).

Ex 6:17 Visst kan det vara svårt att göra denna hopkoppling i och med att vi saknar information om kommunen, men vi kan ju alltid försöka gissa.

A, B eller C? Vilken medelinkomst blir lägst? Kanske A, men det beror på vad man här menar med boende. Är det antal invånare så ingår också grupper som till exempel unga och hemmavarande utan inkomst. Det drar ner medelvärdet. Eftersom politiker 2 har lägst värde bör han eller hon i så fall kopplas ihop med A.

B eller C? Högst eller lägst? Det beror på kommunens struktur och vad som menas med i kommunen anställd. Avser man inom kommunförvaltningen anställd, så kan man tänka sig att de kommunala lönerna i snitt ligger lägre än de inom den privata sektorn. De sistnämnda ingår ju i gruppen skattebetalande, varför i så fall C ligger högre än B. Å andra sidan ingår gruppen pensionärer i C, vilket skulle dra ner medelvärdet. Ska vi trots allt gissa: Politiker 1 – alternativ B och politiker 3 – alternativ C.

Komplicerat? Ja! Kanske har du själv något bättre underbyggt förslag? Vi vill med exemplet visa hur viktigt det är att vara tydlig med vilka definitioner och begrepp som förknippas med ett till synes ”enkelt” medelvärde.

Ex 6:18 ”Medellivslängd” är enkelt uttryckt den genomsnittliga ålder som en människa vid födelsen beräknas uppnå, räknat på en bestämd grupp (som kan vara ett lands hela befolkning, uppdelat på kön, bostadsort och så vidare). Men vi använder också begreppet ”återstående medellivslängd” och då kan man ju låta beräkningen utgå från olika åldrar (antal år som i genomsnitt återstår att leva för en ”x-åring”). Måttet beräknas genom att den tid som återstår att tillsammans leva för alla x-åringar divideras med antalet i åldern x år.

Återstående medellivslängd vid 40 år berättar alltså hur många år en person som just uppnått 40-årsåldern genomsnittligt har kvar att leva. Om personen levt i 40 år måste därför 79,0 respektive 83,1 minskas med ungefär den tiden. Samtidigt kan vi konstatera att dödligheten före 40 år försvunnit ur bilden, och då kommer naturligtvis 40 år plus återstående medellivslängd vid 40-årsåldern att bli ett tal som överstiger de som gäller för män respektive kvinnor vid födelsen.

”Sannolika återstående livslängd” är antalet år efter vilkas förlopp antalet x-åringar minskat till hälften. Beräkningen görs genom att medianen för de kvarlevande i olika åldrar beräknas.

I *Statistisk årsbok* finns utförliga livslängstabeller för den som vill fördjupa sig i ämnet.

Ex 6:19 Tänk på att klassen ”13–15 år” innebär att ledarens ålder går från den dag han eller hon fyller 13 år fram till 16-årsdagen (alltså: 13–16) med klassmitten 14,5 år … och så vidare.

I övrigt: $T = 31$ (kv); $T = 41$ (m); $Md = 32{,}0$ (kv); $Md = 39{,}7$ (m); $m = 32{,}8$ (kv); m för män går ej att beräkna på grund av öppen klass (sedan kan man alltid diskutera hur mycket observationen i den klassen betyder).

HÄNGDE DU MED?

6:A	Fel	Se avsnitt 6.3 / s. 173. $T = 2$ (men högsta frekvensen = 4).
6:B	Rätt	Se avsnitt 6.3 / s. 174.
6:C	Fel	Se avsnitt 6.4 / s. 174. Välj typvärdet.
6:D	Fel	Se avsnitt 6.7 / s. 196.
6:E	Rätt	Se avsnitt 6.4 / s. 174. Se även avsnitt 5.3.3 / s. 141.
6:F	Rätt	Se avsnitt 6.6.3 / s. 190.
6:G	Rätt	Se avsnitt 6.5 / s. 183.
6:H	Fel	Se avsnitt 6.7 / s. 196. Vi har inte materialet redovisat i siffervärden.
6:I	Rätt	Se avsnitt 6.7 / s. 196.
6:J	Fel	m i a = m i b, dvs. = 8.

7 SPRIDNINGSMÅTT

Ex 7:1 Variationsvidden?

Högsta värdet bland observationerna = 7 och lägsta värdet = 2. Variationsvidden (*R*) = högsta – lägsta = 7 – 2 = 5 (tiondels sekund).

Ex 7:2 Den klokaste strategin är nog att gissa utifrån informationen att ”snittet på antalet soltimmar brukar ligga på 54”. En sådan uppgift bygger oftast på många års observationer. (Men samtidigt kan man bli konfunderad om man räknar ut medelvärdet för de soltimmar som anges i diagrammet och som blir lite drygt 47.)

Eftersom det är så stor variation mellan åren skulle man nog öka chansen att ”träffa rätt” med gissningen om man valde att ange ett intervall kring 54, till exempel 51–59 soltimmar. Hur stort intervallet i så fall ska göras finns det formler för, men fortfarande har vi inga garantier för att vi prickar in helt rätt värde.

Dessutom bör man vara uppmärksam på om det finns någon tydlig trend i materialet.

Ex 7:3

a) Medianlän (antal fordon): Örebro (136 400). Medianlän (körsträcka): Kalmar (1 457).

b) Variationsvidd (antal fordon) = 824 678 – 32 506 = 792 172. Variationsvidd (körsträcka) = 1 669 – 1 282 = 387.

c) Personbilarnas sammanlagda körsträcka:

Hur många varv? Svar: c

Månen? Svar: b

Solen? Svar: b

Vi kan också lägga till att bilarnas körsträcka är 11 gånger längre än avståndet mellan solen och Pluto (enligt *Statistisk årsbok 2010*).

Ex 7:4 Centralmått? Enligt vad som sagts tidigare bör vi välja *Md* eftersom vi har en sned fördelning.

Kvartilavvikelsen? Ordna observationerna i storleksordning (utifrån diagrammet):

0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 8, 10

Dela materialet i andelarna 25%, 50%, 25%. n = 20, alltså blir 25% = 5 observationer och så vidare.

Q_1 och Q_3 :

$$\overbrace{0,0,0,0,0,}^{25\,\%}\ \overbrace{1,1,1,2,2,2,2,2,3,3,}^{50\,\%}\ \overbrace{3,3,4,8,10}^{25\,\%}$$

$$Q_1 = \frac{0+1}{2} = 0{,}5 \qquad Q_3 = \frac{3+3}{2} = 3$$

Beräkna Q : $\quad Q = \dfrac{Q_3 - Q_1}{2} = \dfrac{3-0{,}5}{2} = 1{,}25$

Ex 7:5

R_{kvinnor} = 66 – 13 = 53 år (övre klassgräns är 66 år).
$R_{män}$ = ? (går ej att beräkna på grund av öppen klass).

Q_1 och Q_3 beräknas enligt formel på sidan 203 och blir:

Kvinnor Q_1 = 25,0 och Q_3 = 39,7 således Q = 7,35.
Män Q_1 = 32,8 och Q_3 = 44,8 således Q = 6,0.

Ex 7:6 Ordna värdena för de olika nyckeltalen i storleksordning:

Antal segrar: 9, 12, 19, 22, 23, 26, 29, 30, 31, 33, 33, 34
Dela materialet i 25% / 50% / 25%, det vill säga 3/6/3,
vilket ger oss Q_1 = 20,5 och Q_3 = 32 och således Q = 5,75
Motsvarande för *räddningsprocent*: Q_1 = 90,4 och Q_3 = 92,6
och således Q = 1,1
Motsvarande för *insläppta mål*: Q_1 = 2,26 och Q_3 = 2,66
och således Q = 0,2

Ex 7:7

a) Uträkningen av s i a återfinner du i avsnitt 7.5 på sidan 208, med resultat: s i a = ca 1,7. Uträkningen av s i b görs med hjälp av formeln:

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-m)^2}{n-1}}$$ där m i exemplet blir $$m = \frac{95}{5} = 19$$

x	f	fx	$(x-m)$	$(x-m)^2$	$f(x-m)^2$
18	3	54	−1	1	3
19	1	19	0	0	0
22	1	22	3	9	9
	5	95		$\Sigma f(x-m)^2 = 12$	

$$s = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3} = \text{ca } 1{,}7$$

b) Variansen = s^2. Vi tar helt enkelt bort rottecknet. $s^2 = 3$.

c) s i a = s i b, vilket inte är förvånande eftersom fördelningen i de båda fallen är exakt lika. Att siffervärdena sedan är olika påverkar inte s.

Ex 7:8 s och s^2 bygger på hur de enskilda observationerna i ett material avviker från (eller ligger samlade kring) sitt medelvärde. Därför blir svaret här att a = störst och b = minst. (Och det gäller självfallet både för s och s^2.)

Ex 7:9 Datanivå? Mätningen här bygger på subjektiv bedömning utifrån olika kriterier som sammanfattas i ett poängvärde. Förhoppningsvis ger siffervärdena en rangordning avseende angreppets svårighetsgrad, men vad kan sägas om skillnaden mellan 2 och 3 respektive 3 och 4 och så vidare. Parodontitpoäng = 4, är det dubbelt så svår parodontit som 2? Slutsats: ordinaldata, och därmed väljer vi *Md* och *Q*:

0 0 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 4 4

$$Md = \frac{2+2}{2} = 2$$

0 0 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 4 4

$$Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1{,}5 \qquad Q_3 = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$$

$$Q = \frac{2{,}5 - 1{,}5}{2} = 0{,}5$$

”9 filmstjärnor av 10 …”? Påståendet i annonsen att ungefär 90 procent av alla svenskar har parodontit överförs till gruppen filmstjärnor med det inledande påståendet som resultat. Men är grupperna jämförbara i det aktuella avseendet? Kan det inte vara så att filmstjärnor har anledning att sköta sina tänder bättre än folk i allmänhet?

Ex 7:10 (Inkomst i 1000-tal kronor.)

2009: $m = 289$ (se exempel 6:7).
2010: $m = 285$.

2009: x	(x-m)²	*2010:* x	(x-m)²
260	841	267	324
240	2401	245	1600
254	1225	240	2025
272	289	258	729
447	24964	280	25
330	1681	456	29241
254	1225	258	729
260	841	267	324
284	25	294	81
	33492		35078

$$s = \sqrt{\frac{33\,492}{9-1}} = \sqrt{4\,186{,}5} = \text{ca } 64{,}7 \qquad s = \sqrt{\frac{35\,078}{9-1}} = \sqrt{4\,384{,}75} = \text{ca } 66{,}2$$

Lägg märke till vad värdena 447 och 456 ensamma betyder i respektive uträkning. *s* är alltså ett mått som är mindre lämpligt vid sneda fördelningar, det vill säga då materialet innehåller extremvärden.

Ex 7:11

Antal dagar	x	f	fx	$(x-m)$	$(x-m)^2$	$f(x-m)^2$
0–2	1	4	4	–8	64	256
3–5	4	5	20	–5	25	125
6–8	7	5	35	–2	4	20
9–11	10	2	20	1	1	2
12–14	13	3	39	4	16	48
15–17	16	4	64	7	49	196
18–20	19	1	19	10	100	100
24	24	1	24	15	225	225
		$n = 25$	225			972

$$m = \frac{225}{25} = 9 \qquad s = \sqrt{\frac{972}{24}} = \sqrt{40{,}5} = \text{ca } 6{,}4 \text{ (egentligen 6,364)}$$

Ex 7:12 5-åringars läggtider enligt tabellen i exempel 6:6:

Läggtid	*kf (%)*
19.00	2
19.30	10
20.00	22
20.30	36
21.00	54
21.30	77

← Q_1 (mellan 22 och 36)
← Q_3 (mellan 54 och 77)

Eftersom det i materialet finns öppna klasser väljer vi Q som spridningsmått:

$$Q_1 = 20.00 + \frac{25-22}{14} \cdot 30 \text{ min} = 20.06{,}4$$

$$Q_3 = 21.00 + \frac{75-54}{23} \cdot 30 \text{ min} = 21.27{,}4$$

Q_3–Q_1, dvs tiden mellan 21.27,4 och 20.06,4 =
= 81 min

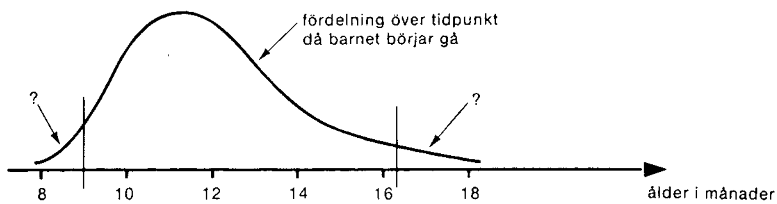
Alltså: $Q = \frac{81}{2} = 40{,}5$

Ex 7:13 Vi utgår från följande:

> … barn som börjat gå så tidigt som vid 8 månaders ålder. Där har också funnits barn som tagit sina första steg vid 18 månaders ålder.

Med hjälp av den informationen kan vi ange variationsvidden (R) = 10 månader.

★ Kanske kan variationen i ålder beskrivas så här:



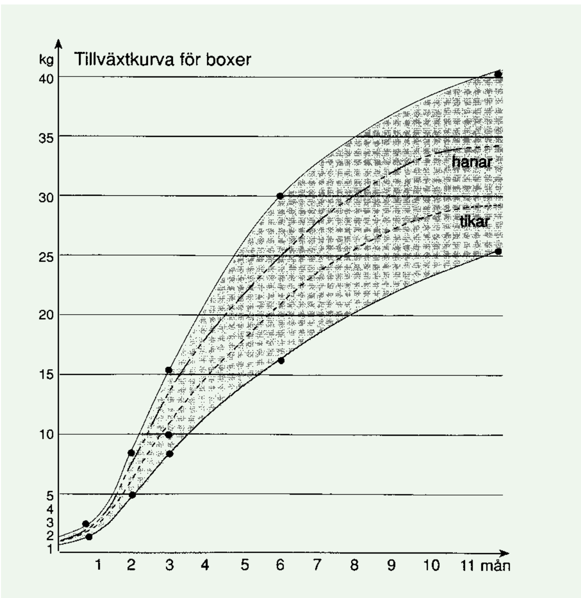
Spontant kan det tyckas rimligt att ta till ett så stort intervall som möjligt för att inte skapa oro i onödan, men samtidigt får det inte bli så stort att fall där det finns anledning att slå larm och låta undersöka barnet inte uppmärksammas.

Utifrån ett antal undersökta barn skulle man kunna avgränsa ett intervall för naturlig individuell variation genom att ta bort de allra tidigaste och allra senaste och inrikta sig på att ringa in det stora flertalet (se diagrammet). Det är omöjligt att här ge svar på ”hur stora svansar” som ska avgränsas (5 eller 10 procent eller …?). Det behöver ju inte heller vara lika på båda sidor. Den övre gränsen bör man väl vara mest observant på.

Intervallets storlek påverkas inte av hur många barn som undersökts, men man kan ju lägga fast gränserna säkrare ju bättre material som bedömningarna bygger på.

Om vi i stället endast hade velat ange ett medelvärde, till exempel en ”medelgåtid” för alla barn med hjälp av ett intervall, hade det kunnat bli snävare med ökad stickprovsstorlek (jämför med till exempel väljarundersökningar).

Ex 7:14 Vi utgår från uppgifterna i texten och skiljer inte på hane och tik:

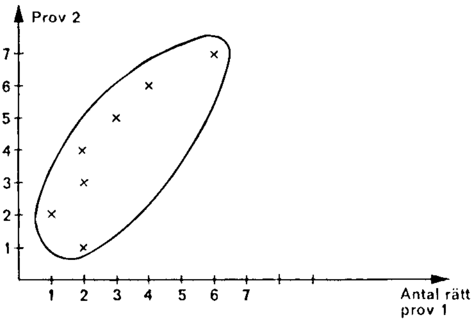


HÄNGDE DU MED?

7:A	Rätt	Se avsnitt 7.3 / s. 200.
7:B	Fel	Se avsnitt 7.4 / s. 201. Till vänster om Q_3 ligger 75% av fördelningen.
7:C	Fel	Det finns inget sådant samband.
7:D	Fel	Se avsnitt 7.4 / s. 204. Inget av våra spridningsmått kan användas på nominal datanivå.
7:E	Rätt	Se avsnitt 7.4 / s. 203. Det är inte alldeles säkert att det alltid går att använda *Q*. Det beror på i vilka klasser Q_1 och Q_3 hamnar. I de flesta fall brukar det emellertid gå.
7:F	Rätt	Det finns ju ingen variation kring *m*.
7:G	Rätt	Se exempel 7:7.
7:H	Rätt	Se avsnitt 7.7 / s. 220.
7:I	Rätt	Se avsnitt 7.5 / s. 211. Då *m* är ett olämpligt mått gäller det också *s* och s^2.
7:J	Fel	*s* i a = 1 och *s* i b = 1⅓.

8 KORRELATION

Ex 8:1



Här handlar det om en positiv korrelation, det vill säga att ett högt värde på prov 1 motsvaras av ett högt värde på prov 2, respektive lågt–lågt.

Ex 8:2 Ett negativt samband: ökar ansiktsytan minskar hår att kamma och tvärtom.

Ex 8:3 Ja, den statistik som anses stödja rubriken finns ju redovisad i exemplet (avsnitt 8.1) och därmed är det fritt fram att tycka och tänka kring påståendet. Så här tycker i alla fall Elise, 27, enligt artikeln:

> Det har varit hur mycket uppsägningar som helst, klart att folk blir både sjuka och impotenta.[148]

Hon får medhåll av kompisen Elin, 22, som menar att ”finanskrisen kunnat ge vem som helst både migrän och magsår”.

Nu är det din tur att reda ut begreppen!

Ex 8:4 Positiv korrelation. Tänk på hur tabellen i exemplet är uppställd. Egentligen såg den så här ut i tidskriften[150] (korrelation mellan BVC:s och psykologernas gradering):

		86	38	19	143
Läkarens och sjuksköterskans bedömning	3			12	12
	2	12	26	6	44
	1	74	12	1	87
					143
		1	2	3	
		Psykologernas bedömning			

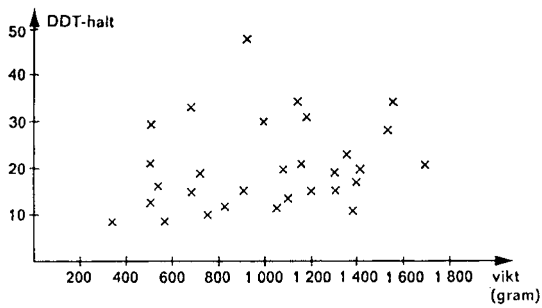
Så här kommenterade de som gjorde undersökningen själva resultatet:

> det är en hygglig överensstämmelse mellan de bägge teamens bedömningar. I 112 fall av 143 (78%) har vi en fullständig överensstämmelse i bedömningen. Av 3:orna har vi gemensam bedömning i 12 fall medan 7 har graderats olika av BVC; 6 som 2:or och en som 1:a. Det är alltså bara i ett enda fall, där skillnaden rör sig om två steg. Den goda överensstämmelsen mellan BVC-teamens och psykologteamens bedömningar kan även sannolikt tillskrivas ett under åren uppenbart gott samarbete mellan läkare, sjuksköterska och psykolog med i stort sett gemensamma värderingsnormer.[150]

Ex 8:5 Vi lånar två kommentar till diagrammen ur artikeln i DN[151]:

> De äldsta bilförarna löper mycket högre risk per körd mil att råka ut för olycka än normalföraren. Ännu högre risk löper de yngsta förarna. Men om man räknar per körkortsinnehavare sjunker de äldres olycksfrekvens.
>
> Trafiksäkerhets-Sverige är överens om att det inte är de äldre bilförarna som är farliga, utan de sjuka äldre förarna. Många äldre med småkrämpor och avtagande fysik kompenserar detta genom att köra långsammare samt kortare sträckor. De slutar att köra på natten och i rusningstrafik. När de är inblandade i olyckor rör det sig oftare om plåt- än personskador.

Ex 8:6 Vi börjar med att överföra materialet till ett spridningsdiagram:



Med utgångspunkt från redovisat material verkar det inte finnas något samband mellan vikt och DDT-halt. Tilläggas bör då att en viktig (men svårfångad) faktor inte tagits med i analysen, nämligen gäddornas ålder. En gammal gädda har kanske högre DDT-halt än en yngre som väger lika mycket. Vikten är ju beroende av tillgången på föda, och därför växer inte alla gäddor lika fort.

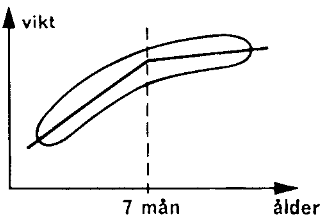
Ex 8:7

a) 5 månader: (600 g · antal levnadsmånader + födelsevikten) – alltså: 600 · 5 + 2730 = 5730 g.

10 månader: (500 g · antal levnadsmånader + födelsevikten) – alltså: 500 g · 10 + 2730 = 7730 g.

b) Oro? Tänk på den individuella variationen. Prediktionen avser ”ungefärlig normalvikt”.

c) Det är ingen linjär utveckling under hela perioden 1–12 månader. Därför delar man upp den i två delar, för att på så sätt förbättra prediktionen.



d) Det är inte meningsfullt. Den individuella variationen är för stor.

Ex 8:8

a) Enligt tabellen är risken 48 procent *att få* hjärtinfarkt men samtidigt är det inte liktydigt med *att dö* av hjärtinfarkt. Alltså: Vi kan inte exakt ange den efterfrågade risken.

Men forskaren bakom materialet (docent Lars Wilhelmsen) är inte helt nöjd med horoskopet:

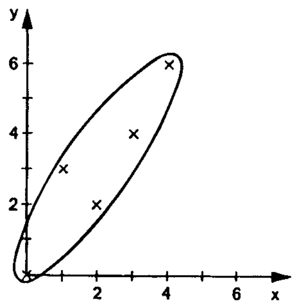
> Horoskopet är inte helt korrekt. Idag vet vi att risken inte är 48 procent, utan över 50 att drabbas av en hjärtinfarkt inom en 10-årsperiod för den här gruppen.[154]

b) Även om vi inte kan ange siffervärden för risken utifrån redovisat horoskop, som gäller för 50-åriga män, så kan vi utgå från att sambandet mellan risk och bakgrundsfaktorer även gäller här. Samtidigt är det troligt att riskvärdena ökar om vi ser till en kommande 10-årsperiod från 55 års ålder.

c) Det går inte att utifrån tabellen uttala sig om sambandet mellan kost och blodtryck. Det tabellen anger är risken för infarkt i olika situationer. Vi vet inte hur de olika bakgrundsfaktorerna samvarierar. Inom statistiken talar man om samvariation.

Ex 8:9

a) Spridningsdiagrammet visar ett starkt positivt samband. Det kan vara bra att ha som kontroll när vi sedan räknar ut r_{xy}.



b)

Person	x	y	$(x-m_x)$	$(y-m_y)$	$(x-m_x)^2$	$(y-m_y)^2$	$(x-m_x)(y-m_y)$
1	3	4	1	1	1	1	1
2	2	2	0	–1	0	1	0
3	0	0	–2	–3	4	9	6
4	4	6	2	3	4	9	6
5	1	3	–1	0	1	0	0
	10	15			10	20	13

$$m_x = \frac{10}{5} = 2 \qquad m_y = \frac{15}{5} = 3$$

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-m)^2}{n-1}} \qquad s_x = \sqrt{\frac{10}{5-1}} = \sqrt{\frac{10}{4}} \qquad s_y = \sqrt{\frac{20}{4}}$$

$$r_{xy} = \frac{\Sigma(x-m_x)(y-m_y)}{(n-1)\cdot s_x \cdot s_y}$$

$$r_{xy} = \frac{13}{4\cdot\sqrt{\frac{10}{4}}\cdot\sqrt{\frac{20}{4}}} = \frac{13}{\sqrt{200}} = \text{ca } \frac{13}{14{,}1} = \text{ca } 0{,}92$$

Ex 8:10 För att kunna beräkna r_{rang} måste vi börja med att överföra poängen till rangordning:

Maträtt	Bedömare 1 Poäng	Bedömare 2 Poäng	Bedömare 1 Rangordning	Bedömare 2 Rangordning	d	d^2
1	8	4	2	4	–2	4
2	2	5	5	3	2	4
3	7	8	3	2	1	1
4	3	3	4	5	–1	1
5	10	9	1	1	0	0
						$\Sigma d^2 = 10$

$$r_{\text{rang}} = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)} \qquad r_{\text{rang}} = 1 - \frac{6 \cdot 10}{5 \cdot 24} = 0{,}5$$

Visst finns det likheter i uppfattning mellan de båda bedömarna, men även skillnader. Sambandet är relativt svagt.

Ex 8:11

a) Med hänsyn till att datanivån är ordinal är det lämpligast att här välja r_{rang}.

Person	Test 1 Poäng	Test 2 Poäng	Test 1 Rang-ordning	Test 2 Rang-ordning	d	d^2
A	10	11	5	5*	0	0
B	9	11	6	5*	1	1
C	18	14	1	3	–2	4
D	4	8	9	8	1	1
E	16	15	2	2	0	0
F	13	9	4	7	–3	9
G	15	19	3	1	2	4
H	8	11	7	5*	2	4
J	7	6	8	9	–1	1
						$\Sigma d^2 = 24$

*Eftersom A, B och H har samma poäng får de dela på platserna 4, 5 och 6.

$$r_{\text{rang}} = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_{\text{rang}} = 1 - \frac{6 \cdot 24}{9 \cdot 80} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} = 0{,}8$$

b) Är testet lämpligt att använda vid anställning av försäljare? Frågan kan delas upp i två som vi berört i avsnitt 2.7 då vi talade om validitet och reliabilitet.

1. Mäter testet verkligen personers lämplighet att vara försäljare?

Validiteten! Denna avgörande fråga saknar vi i exemplet helt information om.

2. Hur säkra är mätningarna rent tekniskt?

Det kan vi få information om genom att upprepa testningen på samma personer vid ett senare tillfälle. Det kallas för *test-retest-metoden* och är ett sätt för oss att bilda en uppfattning om ett tests reliabilitet. En svaghet är övningsfaktorn (man har fått träning på testet) och en annan minnesfaktorn (man kommer ihåg testet). Dessutom kan personerna ha hunnit förändras mellan testtillfällena.

I vårt exempel har vi valt att skaffa oss information om reliabiliteten genom att beräkna r_{rang}.

Vi fick $r_{rang} = 0{,}8$. Testet ger ungefär samma rangordning vid de båda mättillfällena, vilket inte talar emot testet.

Men fortfarande kvarstår frågan om testet mäter lämpligheten att bli försäljare.

c) En klar varningssignal. Vi bör nog söka oss fram på andra vägar för att göra ett urval.

Ex 8:12 Detta är ett exempel på korrelationskoefficient vid beskuren spridning. Testningen görs på en grupp bestående av de bästa av de 150 sökande 5 år tidigare. Dessutom har de 50 vid det nya testtillfället lång flygerfarenhet. Testet är inte avpassat för dem.

Ex 8:13 Går vi till artikeln[157] så får vi veta en hel del om snarkljud som kan uppnå 90 decibel (en stor lastbil bullrar lika mycket). Men det allvarligaste är de många och långa andningsuppehållen hos män, vilket leder fram till följande slutsats i artikeln:

Dessa andningspauser stör både hjärtverksamheten och blodtrycket. Snarkaren vaknar upp outsövd, är trött och har dålig reaktionsförmåga. Därför är han en så mycket större olycksrisk både i trafiken och på jobbet.

Ex 8:14 Vi kanske ska nöja oss med att fråga: Hur många trafikanter kör i respektive hastighet?

Ex 8:15 Till att börja med kan man fundera över vad som är orsak och verkan. Träning som gör en smart, eller omvänt att smarta (och medvetna) ungdomar i större utsträckning börjar träna? Och vilka bakomliggande faktorer kan finnas som kan bidra till en förklaring av dessa båda samband?

Forskarna redovisar i artikeln[159] några funderingar om samband. (Smart är här lika med en ökad sannolikhet att läsa vidare på högskolan och att få ett kvalificerat jobb.)

- Konditionen gav högre resultat på IQ-test.
- Konditionsträning ökar hjärnans syreupptagningsförmåga.
- Konditionsträning ökar koncentrationen.
- Med bättre kondition vid mönstringen fick man mer kvalificerad värnpliktstjänst och därmed ökad sannolikhet att senare arbeta som chef eller högre tjänsteman.
- Studien är gjord på män men slutsatsen torde även gälla för kvinnor.

Vetenskapligt bevisat? Vi klipper ur artikeln:

> Kruxet var att visa slutsatsen på ett vetenskapligt oantastligt sätt. Det är mycket svårt att avgöra vad som är orsak och verkan, vad som är medfött och vad som beror på sociala förutsättningar.

Ex 8:16 Framställningen i kapitel 8 begränsar sig till linjära samband.

Ex 8:17 Så här förklarar författarna till *Jämlikhetsanden* själva varför det finns en linje genom materialet i diagrammet:

> De flesta av de diagram som vi använder … kopplar samman ojämlikhet i inkomst med olika hälsorelaterade och sociala problem. … Först visas en uppsättning punkter så att läsaren kan se exakt hur varje samhälle förhåller sig till andra. Sedan visar en så kallad *regressionslinje* det förhållande som ”passar bäst” mellan ojämlikhet i inkomst och utfallet i diagrammet ifråga.[116]

Korrelationskoefficient? Vi väljer r_{rang} med hänsyn till den information vi förfogar över (och kan utläsas ur diagrammet). Vi får börja med att försöka överföra diagrammet till två rangordningar vilket kan vara knepigt då punkterna (länderna) ligger så nära varandra.

Land	Rangordning 1 (Inkomstskillnad)	Rangordning 2 (”Lita på”)
Singapore	1	22
USA	2	12
Portugal	3	23
Storbritannien	4	18
Australien	5	9
Nya Zeeland	6	6
Israel	7	20
Italien	8	16
Grekland	9	19
Irland	10	13
Schweiz	11	8
Kanada	12	10
Frankrike	13	21
Spanien	14	11
Nederländerna	15	4
Tyskland	16	14
Österrike	17	15
Belgien	18	17
Danmark	19	1
Sverige	20	2
Norge	21	3
Finland	22	5
Japan	23	7

Summa d^2 = 3228, vilket innebär att $r_{rang} = 1 - 1{,}59 =$ ca $-0{,}59$

HÄNGDE DU MED?

8:A	Rätt	Se avsnitt 8.4 / s. 227.
8:B	Fel	Se avsnitt 8.4 / s. 227. Det råder negativ korrelation.
8:C	Rätt	Se avsnitt 8.5.2 / s. 234. –0,8 är ett starkare samband än –0,6.
8:D	Fel	Se avsnitt 8.6.3 / s. 240. Första delen i påståendet är rätt, men sedan beskrivs en positiv korrelation.
8:E	Rätt	Se avsnitt 8.6.2 / s. 236.
8:F	Fel	Se avsnitt 8.6.5 / s. 241.
8:G	Rätt	Se avsnitt 8.6.5 / s. 243.
8:H	Fel	Se avsnitt 8.6.2 / s. 236. r_{xy} är endast ett beskrivande mått.
8:I	Rätt	Se avsnitt 8.6.5 / s. 243.
8:J	Rätt	Se avsnitt 8.7 / s. 248.

9 SANNOLIKHET OCH NORMALFÖRDELNING

Ex 9:1
a) ”Vanlig moder”: P(flicka) = 100 / 206 = 0,49 (49%).
”Vegetarian”: P(flicka) = 100 / 185 = 0,54 (54%).
b) ”Födda pojkar” går ej att beräkna då vi inte vet hur många mammor som är vegetarianer.
c) Mindre. Sannolikheten för att detta inträffar är mindre än 0,54 och senare kan vi räkna ut den efterfrågade sannolikheten = 0,29.

Ex 9:2 Precis som framgår av beskrivningen för de olika skalstegen så går det inte att ange några exakta siffervärden för respektive sannolikhet, men man kan ju alltid fundera och försöka ringa in någon form av intervall för sannolikheten att en lavin utlöses.

> *Skalsteg 1* (*liten*) – beskrivs med ord som ”osannolikt”, alltså inte ”omöjligt”. Att vi ska vara nära 0 är väl rimligt, så varför inte 5–10 procents sannolikhet.
> *Skalsteg 2 (måttlig)* – handlar lite mer om ”möjligt” så nu kanske vi får tänka oss ett intervall som också är bredare, till exempel 10–45 procents sannolikhet.
> *Skalsteg 3 (betydande)* – nu är laviner både sannolika och möjliga, så varför inte påstå att det kan vara 45–65 procents sannolikhet.
> *Skalsteg 4 (stor)* – och nu är laviner ”troliga” och vi närmar oss sannolikhet 1, men här nöjer vi oss med en sannolikhet på 65–80 procent.
> *Skalsteg 5 (extrem)* – men ”mycket troliga” är inte samma sak som ”säkert”, så varför inte ange sannolikheten till ”från 80 procent och uppåt”.

Vi får ta dessa siffror med några nypor salt men de är i alla fall realistiska bedömningar, vilket även SLAO (Svenska Liftanläggningars Organisation) instämmer i.

Ex 9:3 Sannolikheten är minimal. De olika olyckssituationerna var för sig förekommer ofta (vilket framgår av *Statistisk årsbok 2010*) men kombinationen är osannolik.

★ Det här är ett relativt vanligt redovisningssätt bland annat för att sammanfatta och förtydliga. Vad tycker du själv om det?

Ex 9:4

a) P(under 15 år) = 60 / 1 540 = 0,04 (1 540 = 900 män + 640 kvinnor).
b) P(gotlänning) = 0. Att möta en gotlänning är en omöjlig händelse (enligt undersökningen). Nu kan man ju fråga sig om det verkligen är så?
c) P(”Stockholm/Uppsala”) = ? I artikeln anges visserligen 40 procent, men det är andelen ”Stockholm/Uppsala” bland svenskarna. P(”Stockholm/Uppsala”) blir 0,32 (32%) om vi utgår från att 80 procent är svenskar och av dessa 80 procent är 40 procent från Stockholm/Uppsala, det vill säga 32 procent av turisterna totalt.
d) $P(\text{bil} \cup \text{flyg}) = P(\text{bil}) + P(\text{flyg})$ = 25% + 5% = 0,25 (25%). (*Obs!* Redovisade färdsätt summerar sig till 95 procent. Resten? Felräkning?)
e) P(ogift) = ? Omöjligt för oss att ange, eftersom undersökningen avser endast juli och augusti.
f) $P(\text{tåg} \cap \text{tåg}) = P(\text{tåg}) \cdot P(\text{tåg}) = 0{,}70 \cdot 0{,}70 = 0{,}49$ (49%). (Det är lättast att räkna ut den sökta sannolikheten om du använder decimaltal.)
g) P(båda under 29 år) = ? Sannolikheten går inte att räkna ut med multiplikationssatsen i vår tappning, eftersom vi här inte kan räkna med oberoende. Kamrater i ungefär samma ålder går tillsammans och så vidare.

Ex 9:5 Det första påståendet om 23 personer och gemensam födelsedag är sant och kallas för *födelsedagsparadoxen.* Är gruppen på 57 personer eller fler så är sannolikheten större än 99 procent, och 100 procent uppnår vi när gruppen består av 367 personer.

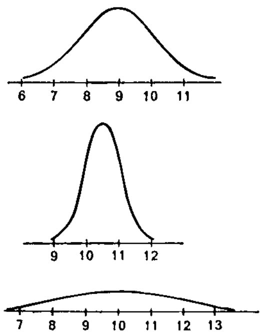
Hur hänger det ihop? Tänk efter – vad är sannolikheten att person 1 har en viss födelsedag och person 2 samtidigt har en helt annan och person 3 har ytterligare en annan och så vidare. Då man tar hänsyn till ytterligare en person så minskar sannolikheten att dennes födelsedag inte delas av någon annan i rummet.

Alltså: den första personen i ett rum har 365 dagar att ”välja” mellan, person 2 har 364, person 3 har 363 och så vidare. Samtidigt ökar sannolikhet att två fyller år på samma dag.

P(4 barn av samma kön)? Här finns två alternativ: P(4 pojkar ∪ 4 flickor) = P(4 pojkar) + P(4 flickor) = 1/16 + 1/16 = 0,125 (alltså 2 på 16).

Den angivna sannolikheten avser endast 12 pojkar. Tar vi också med den 13:e pojken blir sannolikheten 1 på 8 192, det vill säga 0,000122 (0,0122%).

Ex 9:6



Medelvärde (m)	Standardavvikelse (s)
ca 9	"mellan"
ca 10,5	minst
ca 10	störst

Ex 9:7 Vi utgår från figuren ”vårt material” i avsnitt 9.5.

- Andel värden mindre än 45: 0,1 + 2 + 14 + 34 + 34 = 84,1%
- Andel värden mindre än 30: 0,1 + 2 = 2,1%
- Andel värden större än 50: 2 + 0,1 = 2,1%
- Andel värden större än 30: 14 + 34 + 34 + 14 + 2 + 0,1 = 98,1%. (Enklare är här att använda komplementhändelsen: ”Större än 30” = 100% – ”mindre än 30” = 100% – 2,1% = 97,9%. Att vi nu inte får samma svar beror på att procenttalen är grovt avrundade och därmed inte summerar till 100 procent. Vi kommer senare att använda oss av exaktare värden.)
- Andel värden mindre än 55: 100% – ”större än 55” = 100% – 0,1% = 99,9%

- P(mindre än 40) = 50% = 0,50
- P(mindre än 30 ∪ större än 50) = P(mindre än 30) + P(större än 50) = 2,1% + 2,1% = 4,2%. Lägg märke till att de båda ”svansarna” är lika.

- P(mindre än 20) = 0. Visserligen kan det finnas en liten chans att få ett värde mindre än 20, eftersom det finns 0,1% som är mindre än 25, men den möjligheten kan vi nog bortse från.
- P(större än 55) = 0,1%.

Ex 9:8 Egentligen kan vi direkt utan beräkningar ange den sökta sannolikheten genom att utnyttja kunskapen om vad Q_1 och Q_3 står för. Vi vet ju att Q_1 och Q_3 delar en fördelning så att 50% ligger utanför dessa värden (25% mindre respektive 25% större). Av detta följer att sökt sannolikhet = 0,5. (Varning för observationer som kan vara lika med Q_1- respektive Q_3-värdena.)

Men vi ska också beräkna P(sökt) på insamlade data. Enligt additionssatsen är P(sökt) = P(antal lekkamrater understiger Q_1) + P(antal lekkamrater överstiger Q_3).

Vilka värden har då Q_1 och Q_3? Vi ställer upp observationerna i storleksordning:

$$\underbrace{2,3,3}_{25\%} \underset{Q_1 = 3{,}5}{\uparrow} \underbrace{4,4,4,4,5,5,}_{50\%} \underset{Q_3 = 5{,}5}{\uparrow} \underbrace{6,7,8}_{25\%}$$

Alltså:

$$\text{P(mindre än } Q_1) = \frac{3}{12} \qquad \text{P(större än } Q_3) = \frac{3}{12}$$

$$\text{P(sökt)} = \frac{3}{12} + \frac{3}{12} = \frac{6}{12} = 0{,}5$$

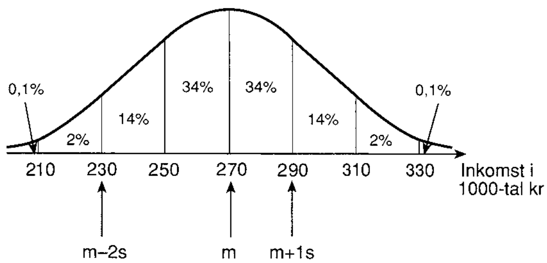
Ex 9:9 Vilken sannolikhet är det egentligen som efterfrågas? Svar: P(fet).

Komplementhändelsen till ”fet” är ”ej fet”, det vill säga ”smal/normal”. Sedan finns det inga fler alternativ. Det innebär att P(fet) + P(smal/normal) = 1.

Den i exemplet ”uträknade” sannolikheten 1,27 har således ingen innebörd. Vad som anges i urklippet är tre från varandra skilda situationer, som framgår av tabellen:

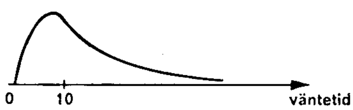
	ingen förälder …	en förälder …	båda föräldrarna …
P(fet)	$\frac{7}{100}$	$\frac{40}{100}$	$\frac{80}{100}$
P(ej fet)	$\frac{93}{100}$	$\frac{60}{100}$	$\frac{20}{100}$
	1	1	1

Ex 9:10 Vad vet vi om lönernas fördelning?



Andel som tjänar mindre än 250 000 kr = 0,1 + 2 + 14 = 16,1%.
Andel mer än 310 000 kr = 2,1%.
P(båda vinnarna tjänar mer än 290 000 kr) = *P*(290 000 ∩ 290 000)
= 0,161 · 0,161 = 0,026.

Ex 9:11 Vi kan inte säga något om andelen patienter som fått vänta längre än 15 minuter, eftersom vi inte kan förutsätta att patienternas väntetider är normalfördelade. Troligen har vi i detta fall en sned fördelning. De flesta har kommit in relativt snabbt, medan en del har fått vänta länge. Kanske så här:



★ Kommentar till *m* och *s* som beskrivande mått vid denna fördelning?

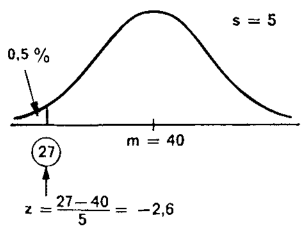
Ex 9:12

a) Yta till vänster om $z = -2$ är 2,3% och yta till höger om $z = +2$ är 100 – 97,7 = 2,3%. Svansarna är lika stora, vilket de ju också ska vara eftersom normalfördelningen är symmetrisk.
b) Vi utnyttjar föregående resultat. Andel yta till höger om $z = 1,5$ är lika med yta till vänster om $z = -1,5$ = 6,7%.

c) $z = -1{,}74$ kan vi inte slå upp i tabellen, utan vi nöjer oss därför här med att avrunda till $z = -1{,}7$ som ger svaret 4,5%. (Givetvis kan den som så önskar interpolera fram ett exaktare svar.)
d) Andel mindre än $z = 0$, det vill säga 50%, vilket inte innebär någon avvikelse från m. Det aktuella värdet = m. Till vänster om m ligger ju också 50% av fördelningen.
e) Andel mindre än $z = -4$ är 0%.

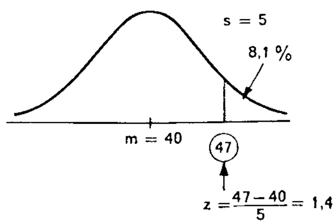
Ex 9:13

a) Hur stor andel som är mindre än 27 får vi genom att först ta reda på z för 27, det vill säga hur många standardavvikelser 27 ligger från $m = 40$:



Andel till vänster om $z = -2{,}6$ är enligt tabell: 0,5%. Alltså: P(ett värde mindre än 27) = 0,5% = 0,005.

b) Motsvarande beräkning genomförs för värdet 47:

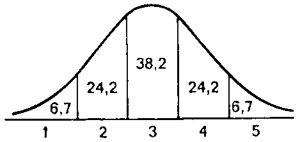


Andel till höger om $z = 1{,}4$ är 8,1%. P(ett värde större än 47) = 8,1% = 0,081.

Ex 9:14 Av figuren framgår:

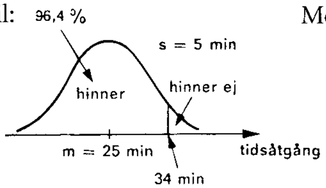
Procenttal för betyg 1 = andel yta till vänster om $m - 1{,}5s$. $z = -1{,}5$, vilket enligt tabell ger ytan 6,7%.
Procenttal för betyg 2 = andel yta till vänster om $m - 0{,}5s$. $z = -0{,}5$ med avdrag för betyg 1. Enligt tabell: 30,9% – 6,7% = 24,2%.

Motsvarande beräkning görs för betyg 3, vilket ger procentandelen 38,2%. Procenttal för betyg 4 är samma som för betyg 2 (24,2%) av symmetriskäl och procenttal för betyg 5 är detsamma som för betyg 1 (6,7%).

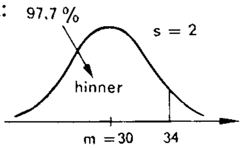


Ex 9:15 Vi beräknar sannolikheten att hinna i tid för de båda färdsätten. Tar det kortare tid än 34 minuter hinner jag:

Med bil:



Med tunnelbana:



Med bil: Andel till vänster om 34 = ? $z = 9/5 = 1,8$.
Enligt tabell: 96,4 %. P(att hinna) = 0,964.
Med tunnelbana: $z = 4/2 = 2$.
Enligt tabell: 97,7 %. P(att hinna) = 0,977.

Störst chans att hinna fram i tid? Välj tunnelbana!

Ex 9:16
a) De båda stickproven kommer nog till största delen att innehålla olika personer, som därmed också tjänar olika mycket. Det är slumpen som bestämmer vilka som kommer att ingå i stickproven.

b) Se avsnitt 9.6.3. I praktiken drar vi naturligtvis inte en mängd olika stickprov, utan vi nöjer oss med ett. Men det är ju ett av många olika och därför är det nödvändigt att vi försöker skaffa oss information om hur de olika stickproven skulle kunna se ut.

c) P(315 000 eller mindre)? Gå vägen över beräkning av z och använd sedan tabell:

$z = -2$ vilket ger P(sökt) = 2,3%
P(310 000 eller mindre) = 0,1%
P(305 000 eller mindre) = 0%

Ju längre från den sanna medellönen 325 000 kronor vi kommer desto mindre sannolikhet.

d) Har du fått stickprovsmedelvärdet till 305 000 kronor bör väl din reaktion bli: Det här kan ju omöjligt stämma. Sannolikheten att få 305 000 kronor som medellön i stickprovet om medellönen vid företaget är 325 000 kronor är ju = 0. Det kan alltså inte inträffa. En förklaring skulle ju kunna vara att företagsledningen lämnat en felaktig uppgift. Medellönen är egentligen lägre och 325 000 kronor avsåg kanske någon annan personalkategori.

HÄNGDE DU MED?

9:A	Fel	Se avsnitt 9.3.3 / s. 259. De stora talens lag är aktuell vid empiriskt bestämd sannolikhet.
9:B	Rätt	Se avsnitt 9.3.5 / s. 262.
9:C	Rätt	Se avsnitt 9.3.6 / s. 262.
9:D	Fel	Se avsnitt 9.3.6 / s. 263. Vi har redovisat två villkor. Ett är angivet i påståendet. Det andra är att varje individ i populationen ska ha samma chans att komma med i urvalet.
9:E	Rätt	Se avsnitt 9.4.3 / s. 266.
9:F	Rätt	Se avsnitt 9.5 / s. 269.
9:G	Rätt	Se avsnitt 9.6.2 / s. 275.
9:H	Fel	Se avsnitt 9.6.1 / s. 274.
9:I	Fel	Se exempel 9:12 / s. 278. Man ska i tabellen slå upp andel yta t.v. om $z = -1{,}6$.
9:J	Fel	Se avsnitt 9.6.3 / s. 276. Medelvärdet i ett stickprov kan avvika mer eller mindre från det sanna medelvärdet i populationen.

10 HYPOTESPRÖVNING MED HJÄLP AV *Z*

Ex 10:1 Fel- eller slumpmarginaler är en beräkning av den osäkerhet i ett material som orsakas av slumpen. Vi kommer att använda dessa begrepp parallellt – de båda används och står för samma sak. Ett annat sätt att formulera sig är att tala om ”statistiskt säkerställda skillnader”.

Frågan är om det observerade värdet (procenttalet) verkligen speglar en förändring i opinionen eller om den är orsakad av materialets osäkerhet, det vill säga uppkommen genom slumpen (i urvalet)? Om förändringen är större än felmarginalen påstår vi att det föreligger en verklig skillnad. Men fortfarande kan vi inte uttala oss med 100 procents säkerhet, vilket kommer att behandlas senare i kapitlet.

Felmarginalernas storlek varierar bland annat med hur stort respektive parti är. Ju högre procenttal (anhängare), desto större felmarginaler. (Egentligen ökar felmarginalerna ju närmare 50% partiets procenttal ligger. I kapitel 12 kommer vi att fördjupa oss i denna fråga.)

Ex 10:2 En signifikant högre frekvens? Slutsatser och uttalande av denna typ är centrala i samband med hypotesprövningar. Signifikant skillnad eller ej är vad vi söker klarlägga med metoderna i kapitel 10 och 11. Frågan om en observerad skillnad mellan till exempel två grupper kan bero enbart på slumpen eller ej är central. Vid ”signifikant resultat” bedöms skillnaden vara så stor att den inte enbart kan ha uppkommit av slumpen, men mer om detta senare i kapitlet.

Några frågor i anslutning till resultatet i urklippet:

- Hur var undersökningen upplagd? Hur var gruppen utvald?
- Skillnader mellan grupperna utöver kostvanor?
- Vilka var det som övergått till vegetarisk kost och varför?
- Tänkbara orsaker till förbättringen? Kosten? Psykologiska faktorer? Annat?
- Och så vidare …

Ex 10:3

a) Krav: Slumpmässigt sammansatta grupper.
b) Öka stickprovsstorleken.

Ex 10:4 Ungdomarna delades in i två grupper med 65 i varje och fick olika ”behandling” (försöks- och kontrollgrupp).

Resultat	chokladgruppen	ej choklad
Bättre	10	5
Oförändrat	46	53
Sämre	9	7
	65	65

Som vanligt vill vi veta: Vad var det för ungdomar? Hur var de utvalda (mer än att de hade måttlig grad av finnar)? Hur gjordes uppdelningen i grupper? Visste man vilken grupp man tillhörde?

Choklads inverkan på finnar? Under förutsättning att det är ett slumpmässigt urval borde man kunna genomföra hypotesprövning. För vi kan aldrig bevisa med 100 procents säkerhet att det inte finns någon skillnad. Vad menas dessutom med *bättre*, *oförändrat* och *sämre*?

Kritiker av undersökningen ställer sig också tveksamma till resultatet eftersom det är ett ganska litet material.

Ex 10:5

Pepsodent (μ_1)	Dentosal (μ_2)
Stickprov:	Stickprov:
$n_1 = 100$	$n_2=100$
$m_1 = 3{,}9$ nya hål	$m_2 = 4{,}6$ nya hål
$s_1^2 = 4$ (obs s^2)	$s_2^2 = 5$ (obs s^2)

H_0: Skillnaden beror på slumpen.
Pepsodent = Dentosal. (μ_1 resp μ_2).

H_1: Det finns en verklig skillnad.
Pepsodent ≠ Dentosal. (μ_1 resp μ_2).

Signifikansnivå: 5 %.
Signifikansgränser: $z = \pm 1{,}96$ (kritiska z-värden)

Vår observerade skillnad ($m_1 - m_2$) uttryckt i z:

$$z = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$z = \frac{3{,}9 - 4{,}6}{\sqrt{\frac{4}{100} + \frac{5}{100}}} = \text{ca } -2{,}33$$

Observerat z = ca −2,33 faller utanför signifikansgränserna. Därför blir vår slutsats: Signifikant resultat. H_0 förkastas, H_1 accepteras.

Vid genomförd hypotesprövning på 5 procent signifikansnivå har vi funnit att skillnaden i resultat mellan Pepsodent och Dentosal tyder på att det finns en verklig skillnad mellan dessa två tandkrämer. (Men kom ihåg att det var vi som i exemplet hittade på n- och s-värdena.)

Ex 10:6

Stress (μ_1)	Ej stress (μ_2)
↓	↓
Stickprov: Stress	Stickprov: Ej stress
$n_1 = 10$	$n_2 = 10$
$m_1 = 2$*	$m_2 = 4$*
$s_1 = \sqrt{\frac{12}{9}}$*	$s_2 = \sqrt{\frac{48}{9}}$*

*måste räknas ut i det givna materialet.

H_0: Ingen skillnad i reaktion mellan grupperna (μ_1 respektive μ_2).
H_1: Verklig skillnad i reaktion mellan grupperna (μ_1 respektive μ_2).
Signifikansnivå: 1 %. Signifikansgränser: $z = \pm$ 2,58 (kritiska z-värden).
Vår observerade skillnad ($m_1 - m_2$) uttryckt i z:

$$z = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

$$z = \frac{2 - 4}{\sqrt{\frac{12}{9 \cdot 10} + \frac{48}{9 \cdot 10}}} = \text{ca } -2{,}45$$

Då observerat z = ca −2,45 faller innanför signifikansgränserna säger vi: Ej signifikant resultat. H_0 accepteras.
Observerad skillnad i reaktion tyder inte på att det föreligger någon verklig skillnad mellan grupperna. Hypotesprövningen genomfördes på 1 %-nivån.

Ex 10:7 Vi låter forskarlaget självt formulera sina slutsatser:

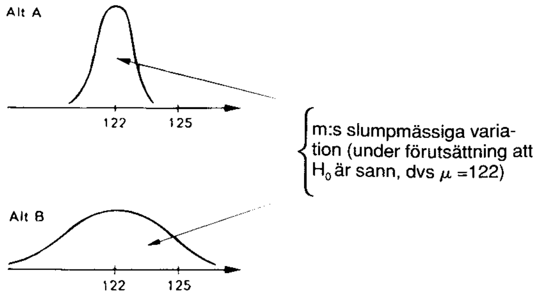
- Undervisning i studiecirkelform och fastebehandling på sjukhus medförde efter 6 månader lika stor viktreduktion.
- Vistelse på hälsohem gav ingen bestående viktnedgång sannolikt beroende på bristfällig uppföljning av patienterna.
- Fastebehandling på sjukhus och hälsohem var dyrbara behandlingsformer.
- Studiecirkeln var billig och hade en med tiden snarast tilltagande effekt.[176]

Eventuella frågetecken kring undersökningen?

- Hur har de olika patienterna fördelats på olika behandlingar? Vi kan notera skillnader i ålder och vikt. Är det faktorer som har någon avgörande betydelse för resultatet? Vilka valdes ut till sjukhusbehandling? Var det ”svårare” fall?
- Uppföljningarna var olika, men det är ju något som får räknas in i respektive behandlingsmetod. På en punkt finns dock en klar skillnad – i ”hälsohemsgruppen” var det endast 7 patienter som följdes upp. Vad låg vikten på för övriga 63 efter 6 månader?
- Medelvikten i respektive grupp anges med *Md* – varför väljs det måttet? Döljer det en skev fördelning, till exempel någon eller några extremt överviktiga?
- Komplettera med egna funderingar.

Ex 10:8 Om vi inte tar hänsyn till vad som i det aktuella fallet kan anses vara en naturlig slumpmässig variation för m med hänsyn till n och s, kan vi aldrig komma längre än till ett subjektivt tyckande.

Hur ser situationen egentligen ut?



Det enklaste sättet att avgöra vad vi ska tro är att uttrycka skillnaden mellan vårt hypotetiska μ och vårt observerade m i z. Då tar vi också hänsyn till den aktuella standardavvikelsen för m.

Ex 10:9 Det här har vi fått veta:

Populationen: μ är okänt, men påstås vara 86 minuter.
Stickprovet: $n = 27$, $m = 90$ minuter och $s = 9$ minuter.

När det gäller förutsättningarna finns det ett par tveksamheter. Mätfel? Hur har tidsstudien gått till? Visste de utvalda att de studerades? Om svaret är ja, hur kan detta då ha påverkat resultatet?

Stickprovsstorleken är 27 och vi har givit rekommendationen 30. Vi bortser här från denna skillnad.

Hypoteser: H_0: $\mu = 86$ min
H_1: $\mu \neq 86$ min

Signifikansnivå: 1 %. Signifikansgränser: $z = \pm$ 2,58
Observerat z:

$$z = \frac{m-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$$

$$z = \frac{90-86}{\sqrt{\frac{81}{27}}} \approx 2{,}31$$

Slutsats på den valda nivån: Ej signifikant resultat. H_0 accepteras.

Med utgångspunkt från vår hypotesprövning på 1 procent signifikansnivå kan vi inte påstå annat än att stickprovsresultatet inte strider mot att den verkliga genomsnittliga tidsåtgången kan vara 86 minuter.

Obs! Med exempelvis signifikansnivån 5 procent hade vi kommit till motsatt resultat. Detta är onekligen ett bekymmer men vi får här nöja oss med att hänvisa till avsnitt 10.3.5. När man redovisar resultatet från en hypotesprövning måste man därför alltid noga ange vilken tillförlitlighet den har, det vill säga ange signifikansnivån.

Ex 10:10 Liknande funderingar är nog bra att ha vid andra tillfällen:

- *Nyckelanpassat frågeformulär*? Vilka frågor ställdes? Ledande frågor?
- *Sammanställts statistiskt*? Men hur? Bara beskrivning eller försök till analys? Jämförelse med kontrollgrupp? (Knappast.)
- *Gick ner i vikt*? Hur mycket? (Det är nog ganska klart vid den här typen av undersökning att de som svarat är sådana som kunnat notera viktminskning.)
- *Högsta signifikanta vetenskapliga nivå*? Ett minst sagt oklart uttryck. Här överlåts det åt oss att göra vår egen tolkning även om påståendet avser inge stort förtroende.
- *Statistiskt bevisat*? Vi hänvisar till avsnitt 10.3.6.

HÄNGDE DU MED?

10:A	Rätt	Se avsnitt 10.3.2 / s. 286.
10:B	Rätt	Se avsnitt 10.3.3 / s. 288.
10:C	Rätt	Se avsnitt 10.3.3 / s. 288. Vi är endast intresserade av om det föreligger någon skillnad eller inte.
10:D	Fel	Se avsnitt 10.4.2 / s. 296.
10:E	Rätt	Se avsnitt 10.3.5 / s. 291.
10:F	Fel	Se avsnitt 10.3.3 / s. 288.
10:G	Fel	Tvärtom!
10:H	Rätt	Se avsnitt 10.3.5 / s. 291.
10:I	Fel	Se avsnitt 10.3.3 / s. 287. Det är ju för att kunna uttala oss om förhållandena i populationen(-erna) som vi genomför hypotesprövningen.
10:J	Rätt	Se avsnitt 2.6.3 / s. 72. Med slumpmässigt sammansatta försöks- och kontrollgrupper kan en hypotesprövning bidra till att klarlägga orsaken till iakttagen skillnad mellan grupperna.

11 HYPOTESPRÖVNING MED X^2

Ex 11:1 Valet av test beror bland annat på hur vi mäter reaktionen:

- Om vi väljer att mäta reaktionen med hjälp av till exempel ökning i pulsfrekvens kanske vi kan använda oss av medelvärdena m_1 och m_2 samt z. Tänk på att även andra förutsättningar måste vara uppfyllda.
- Mäter vi reaktionen till exempel med hjälp av ett frågeformulär, där försökspersonerna får ange grad av upphetsning utifrån en skala, är vi hänvisade till χ^2.

Av citatet i avsnitt 10.1 att döma gäller det senare alternativet:

> Vid en utfrågning uppgav kvinnorna att de psykologiskt inte blev så värst upphetsade av filmscenerna.

★ Någon fundering om exaktheten i dessa mätningar?

Ex 11:2

Observerad frekvens (O):

Ur texten får vi veta:

	Män	Kv.	
För	10 %	25 %	
Mot			
	50		150

dvs. $\Longrightarrow$

	Män	Kv.	
För	5	25	30
Mot	45	75	120
	50	100	150

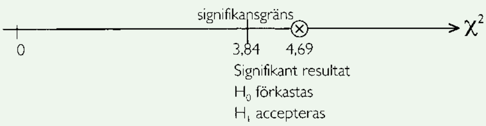
Förväntad frekvens (F):

	Män	Kv.	
För	x) 10	20	30
Mot	40	80	120
	50	100	150

x) $\frac{30 \cdot 50}{150} = 10$

H_0: Endast slumpmässig skillnad i inställning mellan pojkar och flickor, det vill säga oberoende.
H_1: Det finns en verklig, signifikant, skillnad i inställning, det vill säga beroende.
Signifikansnivå: 5 %. Antal frihetsgrader: $df = (k - 1)(r - 1) = (2 - 1)(2 - 1) = 1$.
Ur tabell: Signifikansgräns = kritiskt χ^2-värde = 3,84.
Beräkning av χ^2:

O	F	$(O-F)$	$(O-F)^2$	$\frac{(O-F)^2}{F}$
5	10	–5	25	25/10 = 2,50
25	20	5	25	25/20 = 1,25
45	40	5	25	25/40 = 0,63
75	80	–5	25	25/80 = 0,31
				$\chi^2 = \Sigma \frac{(O-F)^2}{F} = 4{,}69$



Signifikant resultat. H_0 förkastas, H_1 accepteras. Vid genomförd hypotesprövning på 5 procent signifikansnivå har vi funnit att resultatet av undersökningen pekar på en verklig skillnad i inställning mellan pojkar och flickor.

Ex 11:3 Vi ställer upp materialet i en tabell som då visar observerad frekvens (O):

	Vit	Blå	Civil	
Ängslan	35	45	33	113
Avspänd	51	57	79	187
	86	102	112	300

Räknar vi ut förväntad frekvens för varje ruta i tabellen så får vi följande F-värden med en decimal, som sedan avrundas till heltal:

	Vit	Blå	Civil	
Ängslan	32,4	38,4	42,2	113
Avspänd	53,6	63,6	69,8	187
	86	102	112	300

Vit	Blå	Civil	
32	38	42	(112)
54	64	70	(188)
86	102	112	300

(Vi bortser nu från att marginalfördelningen till höger inte stämmer exakt på grund av gjorda avrundningar.)

Beräkning av observerat χ^2 enligt formeln i avsnitt 11.4.

O	F	$(O-F)$	$(O-F)^2$	$(O-F)^2/F$
35	32	3	9	0,28
45	38	7	49	1,29
33	42	−9	81	1,93
51	54	−3	9	0,16
57	64	−7	49	0,76
79	70	9	81	1,16
				obs $\chi^2 =$ 5,58

Alltså: Obsχ^2 = 5,58 och *df* = 2 ger oss utfallet *Ej signifikant resultat* på både 1 % (kritχ^2 = 5,99) och 5 % (kritχ^2 = 9,21) konfidensnivå.

(Om vi hade valt att göra beräkningen med *F*-värden med en decimal hade vi fått obsχ^2 = 5,37. Se också kommentar till exempel 11:5.)

Därmed kan du instämma i rapportens slutsats.

Ex 11:4 Observerad frekvens (O):

	”Choklad” -grupp	”Ej choklad” -grupp	
Bättre	10	5	15
Oförändrat	46	53	99
Sämre	9	7	16
	65	65	130

Förväntad frekvens (F):

	”Choklad” -grupp	”Ej choklad” -grupp	
Bättre	7,5	7,5	15
Oförändrat	49,5	49,5	99
Sämre	8	8	16
	65	65	130

H_0: Endast slumpmässig skillnad i resultat, det vill säga oberoende.
H_1: Verklig skillnad i resultat mellan grupperna, det vill säga mellan experimentgrupp ”choklad” och kontrollgrupp ”ej choklad”. Beroende.

Låt oss välja signifikansnivån 1 %, som vid $df = 2$ ger oss signifikansgränsen 9,21.

Vårt beräknade observerade χ^2 blir 2,42 och vi får ett ej signifikant resultat. H_0 accepteras.

Det tycks inte föreligga någon skillnad i resultat mellan den grupp som fick mycket choklad och den som inte fick någon choklad alls vad avser förändring i förekomst av finnar.

Ex 11:5 Som vanligt börjar vi med att formulera hypotesen:

H_0: Endast slumpmässig skillnad i uppfattning mellan olika kategorier av anställda. (Oberoende.)
H_1: Verklig skillnad. (Beroende.)

Förväntad frekvens (F):

	Kamraterna	Lönen	Arbetsuppgift	
Kv.arb.	9*	10	7	26
Manl.arb.	6	7	5	18
Tjm.	8	8	6	22
	23	25	18	66

* $\frac{23 \cdot 26}{66} = 9{,}06$ som vi avrundar till 9.

F-värdena är redovisade som heltal (hela personer), men skulle vi sedan få ett observerat χ^2 som ligger nära den kritiska gränsen kan vi för säkerhets skull gå tillbaka och förfina beräkningen. (Se också exempel 11:3.)

Signifikansnivå: 5 %, $df = 4$. Kritiskt $\chi^2 = 9{,}49$.
Observerat χ^2:

O	F	$(O-F)$	$(O-F)^2$	$\frac{(O-F)^2}{F}$	
8	9	−1			
7	6	1			
8	8	0			
16	10	6	36	36/10 = 3,60	
6	7	−1			
3	8	−5	25	25/8 = 3,13	>9,49
2	7	−5	25	25/7 = 3,57	
5	5	0			
11	6	5			

Obsχ^2 = 14,89. (Som framgår är det inte nödvändigt att göra alla deluträkningarna i sista kolumnen. Redan summan av de nu uträknade värdena är över den kritiska gränsen.)

Alltså: Signifikant resultat. H_0 förkastas och H_1 accepteras. Vi har funnit att det förefaller finnas en verklig skillnad i uppfattning mellan olika kategorier av anställda om vad som är det bästa med arbetet på den aktuella arbetsplatsen.

Ex 11:6 I Ungdomsstyrelsens rapport har även en grupp ”avhoppare” undersökts men vi har valt att lämna dem utanför detta övningsexempel.

Resultatet visar att det finns skillnader mellan de två redovisade grupperna ungdomar, och i rapporten förs resonemang om detta på till exempel följande sätt:

> Av tabellen framgår att fortsättare (23 procent) i mindre utsträckning än … utanförstående (36 procent) har huvudvärk. Samma tendens gäller för magont och sömnsvårigheter, 14 procent av fortsättarna har magont. Motsvarande andel …[98]

Skulle vi utifrån den aktuella tabellen vilja fördjupa oss genom att göra en analys av det redovisade resultatet med hjälp av hypotesprövning och då välja χ^2, så kommer vi inte längre eftersom vi här har resultatet redovisat i procent. (Vi kommer att följa upp detta exempel i exempel 12:6.)

Ex 11:7 Eftersom ett *F*-värde är mindre än 5 måste vi slå ihop klasser. Förväntade värden (*F*) blir då:

	hög grad	måttl + liten grad	inte alls	
Ej R	24	18	18	60
R	16	12	12	40
	40	30	30	100

Motsvarande förändring för observerade värden (*O*):

	hög grad	måttl + liten grad	inte alls	
Ej R	28	22	10	60
R	12	8	20	40
	40	30	30	100

Är förutsättningarna uppfyllda? Med utgångspunkt från vår information får vi anse att så är fallet.

H_0: Endast slumpmässig skillnad i uppfattning.

H_1: Verklig skillnad.

Signifikansnivå. Låt oss välja 5 %. $df = 2$. Kritiskt $\chi^2 = 5{,}99$ (ur tabellen).

Observerat $\chi^2 = 12{,}78$ vilket ger oss ett signifikant resultat. H_0 förkastas och H_1 accepteras.

Ex 11:8 Se lösningen av exempel 11:2.

Beräkning av χ^2 med hjälp av formeln för en fyrfältstabell:

$$\text{Formel: } \chi^2 = \frac{n\,(bc-ad)^2}{(a+b)\,(c+d)\,(a+c)\,(b+d)}$$

	Män	Kv.	
För	5	25	30
Mot	45	75	120
	50	100	150

$$\text{Observerat } \chi^2 = \frac{150\,(25 \cdot 45 - 5 \cdot 75)^2}{30 \cdot 120 \cdot 50 \cdot 100} \approx 4{,}69$$

HÄNGDE DU MED?

11:A	Rätt	Se avsnitt 11.2 / s. 310.
11:B	Fel	Se avsnitt 11.3.2 / s. 317. Mindre än 5 gäller förväntade frekvenser (*F*).
11:C	Fel	Se avsnitt 11.1 / s. 309. χ^2 kan användas om variablerna är kvalitativa, men det är ingen förutsättning.
11:D	Rätt	Se avsnitt 11.3.2 / s. 315.
11:E	Rätt	Se avsnitt 11.3.2 / s. 317.
11:F	Rätt	Se avsnitt 11.1 / s. 309.
11:G	Fel	Man kan aldrig bevisa att en hypotes är sann.
11:H	Rätt	Se avsnitt 11.3.2 / s. 315. Se tabellen!
11:I	Fel	Se avsnitt 11.3.2 / s. 315. *df* i a = *df* i b = 4.
11:J	Fel	Se avsnitt 10.3.5 / s. 292. Det finns två typer av fel!

12 ESTIMATION

Ex 12:1

a) Differenser som mycket väl kan ha uppkommit enbart genom slumpen.

b) Ja, vad ligger egentligen i detta påstående? Någon felmarginal anges ju inte. Man kan förmoda att avsikten är att påstå att Skogsberg har minskat med felmarginalen för att inte ange en för hög siffra. För att kontrollera detta skulle man behöva räkna ut 58,6 procent ”skräpskador bland elever” på hela antalet elever i landet vid den aktuella tidpunkten för att se hur den siffran ligger i förhållande till angivna 480 000.

Ex 12:2 Vi börjar med att räkna ut m och s^2.

$$m = \frac{\Sigma x}{n} \qquad s^2 = \frac{\Sigma(x-m)^2}{n-1}$$

Vi behöver inte räkna ut s, eftersom det är s^2 som ska sättas in i formeln för konfidensintervallet.

x	$x-m$	$(x-m)^2$
27	–12	144
29	–10	100
34	–5	25
36	–3	9
39	0	0
41	2	4
43	4	16
45	6	36
46	7	49
50	11	121
390		504

$$m = \frac{390}{10} = 39 \qquad s^2 = \frac{504}{10-1} = \frac{504}{9} = 56$$

Ett 98 procent konfidensintervall för μ blir då enligt formeln:

$$m \pm 2{,}33 \sqrt{\frac{s^2}{n}}$$

dvs: $39 \pm 2{,}33 \sqrt{\frac{56}{10}} = 39 \pm 2{,}33 \sqrt{5{,}6} =$

$= 39 \pm 2{,}33 \cdot 2{,}37$ (ca) $= 39 \pm 5{,}5$ (ca)

vilket ger 33,5–44,5 tim

Ex 12:3 Hela vårt resonemang kring hypotesprövning och konfidensintervall utgår från sannolikheter och sannolikhetsberäkningar. Frågan är då vad som kan orsakas enbart beroende på slumpen då man tar ett stickprov ur en population.

Slumpmässigt urval? Repetera avsnitt 9.3.6 och läs avsnitt 13.3.

Ex 12:4 Använd dig av tabellen över slump-/felmarginaler och bilda dig en uppfattning om vilka skillnader som kan anses vara statistiskt säkerställda, det vill säga faller utanför felmarginalerna.

Välj konfidensnivå och försök bedöma var ungefär partiernas aktuella svarsprocent och urvalsstorleken (cirka 2 700) personer hamnar i tabellen.

C, KD, MP och SD har säkerställda förändringar i väljarstöd mellan valet och februari 2010.

Ex 12:5 Exemplet uppmanar dig att själv utveckla dina funderingar!

Ex 12:6

a) Vi använder formeln på sidan 336:

- Utanförstående med huvudvärk: $36 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{36 \cdot 64}{214}} \approx 36 \pm 6{,}4$ %
  95 % konfidensintervall

  99 % konfidensintervall $36 \pm 2{,}58\sqrt{\frac{36 \cdot 64}{214}} \approx 36 \pm 8{,}5$ %

- Fortsättare/svårt att somna: $24 \pm 1{,}96\sqrt{\frac{24 \cdot 76}{708}} \approx 24 \pm 3{,}1$ %
  95 % konfidensintervall

  99 % konfidensintervall $24 \pm 2{,}58\sqrt{\frac{24 \cdot 76}{708}} \approx 24 \pm 4{,}1$ %

När vi nu kan se hur stora konfidensintervallen är finns det uppenbart fog för påståendet om verkliga skillnader mellan grupperna (se lösning till exempel 11:6) och underlag för en diskussion om detta.

b) Då vi vet hur stora de två grupperna var kan vi räkna om procenttalen i tabellen i exempel 11:6 till absolut frekvens:

	Fortsättare	*Utanförstående*
Huvudvärk	163	77
Magont	99	51
Svårt att somna	170	66

Och så till frågan om ett χ^2-test – vad skulle ett sådant kunna tillföra i ny kunskap? Och hur är det med ”förutsättningarna” enligt testprotokollet i avsnitt 11.5.2?

Här behöver vi bland annat veta mer om hur mätningarna gjorts. Har varje svarande kunnat uppge flera symtom eller bara ett? Hur många ungdomar är det i de två grupperna som haft besvär? Om man bara hade kunnat uppge ett av symtomen eller ”inget alls” hade vi haft möjlighet att ställa upp en tabell över de två gruppernas svar (kompletterad med svaren för ”inga symtom”) och fått möjlighet att göra ett χ^2-test för en jämförelse mellan grupperna.

Ex 12:7 Vi använder oss av formeln i avsnitt 12.5 (s. 336) och med $c = \pm 2{,}33$ så får vi följande 98 procent konfidensintervall för P = andel svenskar i åldern 15 år och uppåt som aldrig har använt internet:

$$15\,\% \pm 2{,}33\sqrt{\frac{15-85}{2000}} \approx 15\,\% \pm 1{,}9\ \%$$

HÄNGDE DU MED?

12:A	Fel	Se avsnitt 12.3 / s. 328. Skattningen ges i form av ett enda värde.
12:B	Fel	Se avsnitt 12.4 / s. 330. 1,5% har att göra med den slumpmässiga variationen.
12:C	Fel	Se avsnitt 12.4 / s. 333. I påståendet redovisas ett 95% konfidensintervall, eftersom $c = 1{,}96$.
12:D	Rätt	Se avsnitt 12.4 / s. 333.
12:E	Rätt	Se avsnitt 12.4 / s. 332.
12:F	Fel	Se avsnitt 12.4 / s. 333. Är variabeln normalfördelad kan vi sätta gränsen vid cirka 30.
12:G	Fel	Se avsnitt 12.4 / s. 333. c-värdena är till exempel 1,96, 2,58 och bestäms av konfidensnivån 95%, 99% osv.
12:H	Rätt	Se avsnitt 12.4 / s. 331.
12:I	Fel	Se avsnitt 12.5 / s. 337.
12:J	Rätt	Se avsnitt 12.5 / s. 337. Villkoret att $n \cdot p$ ska vara större än 500 är inte uppfyllt.

13 STICKPROVSUNDERSÖKNING

Ex 13:1 Hur är det med de två villkoren för slumpmässighet?

1. Med känd sannolikhet kunna bli uttagen? I exemplet gäller nog ”handplockning” utan närmare sannolikhetsövervägande. Ett urval har gjorts bland dem som råkat komma i närheten av reportern.
2. Valet av en individ får inte påverka valet av en annan? Kravet faller på att man här medvetet har försökt blanda ”de fem” så att man får med olika åldrar, kön, yrken och så vidare.

Ex 13:2 Stickprovsstorleken begränsas i det här fallet av ekonomiska resurser.

Beskrivningen passar in på stratifierat urval. Man har delat in kommunerna i olika strata efter variabeln ”storlek”. Därefter har man slumpmässigt valt ut kommuner inom varje stratum. Om man då har använt sig av PSU eller gått tillväga på annat sätt framgår ej.

Ex 13:3 Följ arbetsgången i avsnitt 13.4.

Tänk särskilt på att definiera och avgränsa populationen. Anställda? Vikarier och annan tillfällig personal? Skaffa en aktuell urvalsram! Hur skulle du sedan göra själva urvalet – slumpmässigt?

Ex 13:4 Följande är värt att begrunda i citatet:

> Av de utfrågade bilförarna över 75 år uppgav 77 procent att de helt lagt av med bilkörning. De som fortfarande kör har dock en fyra gånger lägre olycksprocent än kontrollgruppen 40–44 år.[191]

Hur mycket tror du att de återstående 75-åringarna kör jämfört med gruppen 40–44 år?

Vilka 75-åringar är det som fortfarande kör? Ett selektivt urval? Många av dem som är olämpliga bilförare har nog upptäckt det och slutat köra.

Hur och när kör 75-åringarna? Kanske väljer de tidpunkter när det är lite trafik?

Ex 13:5
a) Ur rapporten *Unga och föreningsidrotten* hämtar vi följande slutsats:

> För att reducera de mindre skevheter som har uppkommit till följd av bortfallet har SCB beräknat så kallade vikter som används för att räkna upp resultatet till populationsnivå. … SCB:s bedömning är att urvalet … är representativt för populationen unga 13–20 år.[98]

b) Det interna bortfallet handlar om att vissa frågor inte besvarats.
c) Om man bryter ner materialet så blir det helt enkelt för få personer i de olika kategorierna eller idrotterna. Det skulle vara möjligt att fördjupa analysen i vissa idrotter, till exempel fotboll och ridning, men eftersom det bara gäller ett begränsat antal idrotter så har man i rapporten avstått från att göra sådana specialstudier.

Ex 13:6 Kommunen är indelad i strata (församlingar) som är mycket olika vad gäller variabeln ”socioekonomisk struktur”. Däremot kan vi misstänka att det inom respektive stratum inte är så stor variation. Det är angeläget att stratifieringsvariabeln är korrelerad med den variabel vi vill undersöka. Det finns väl anledning att anta att så är fallet i det här exemplet.

Urvalet ska göras PSU och därför måste vi börja med att dela upp stickprovsstorleken (n = 400) proportionellt mot församlingarnas relativa storlek i kommunen. Det innebär att eftersom församling A svarar för 15 procent av innevånarna (3 000 av 20 000) så ska 15 procent av 400, det vill säga 60 personer, väljas ur A. Motsvarande beräkningar för B, C, D och E ger följande antal: 20, 160, 40 och 120. Därefter genomförs urvalet med hjälp av OSU inom respektive församling.

Ex 13:7 Här har vi valt att ta med ett äldre citat som exemplifierar hur ett selektivt urval får ligga till grund för ett generaliserande uttalande om en större grupp. Fundera på:

- Hur många fordon har kontrollerats? Hur har de valts ut? Vilka fordon är det som utsätts för flygande besiktning? Ja, inte är det de allra nyaste. Se upp med generaliseringen ”fordonsparken”.

- Har du något dagsaktuellt exempel på en liknande generalisering?

Ex 13:8 Vi vet inte vilka instruktioner som den personal som skulle göra urvalet på flera platser och vid många tillfällen under den aktuella undersökningsperioden fick. Men faktum var att en av författarna till denna bok blev en av de ”utvalda”.

Före ombordstigningen vid en morgonflygning kom en vänlig flygvärdinna och frågade om det fanns några passagerare som kunde tänka sig att ta emot ett frågeformulär och fylla i det. Stämningen var ganska avvaktande men några tveksamma tog i alla fall emot ett enkätformulär och fick ett stort *tack* som belöning. Något organiserat insamlade förekom inte, utan man tog själv initiativet och lämnade formuläret till flygvärdinnan under flygningen.

★ Vad hade du själv för tankar om urvalet? Ett ”på måfå-urval”?

Ex 13:9 Utifrån rubriken kan vi konstatera att av den tillfrågade gruppen så är 1 275 positiva till arbetet (17%), 1 275 negativa (eller annat alternativ/vet ej) (17%) och 4 950 har inte svarat (66%).

”Andel positiva” under antagande att …

a. 1275 + 4950 av 7500 = 0,83 dvs. 83%
b. 1275 + 0 av 7500 = 0,17 dvs. 17%
c. 30% av 4950 = 1485 ger oss: 1275 + 1485 av 7500 = 36,8%
d. 70% av 4950 = 3465 ger oss: 1275 + 3465 av 7500 = 63,2%

Ex 13:10 A har kommit fram till 5 procent genom att beräkna ett aritmetiskt medelvärde för de procentuella prishöjningarna för respektive vara. I den sammanslagningen betyder varje vara lika mycket. Det tas samma hänsyn till prishöjningen på 1 kg oxfilé som höjningen på 1 l mjölk.

B har däremot försökt att ta med konsumtionsmönstret i bilden, vilken måste vara att föredra.

Repetera gärna avsnitt 3.3.2 om KPI.

Ex 13:11 Vilka är det man undersöker? *Svar*: De som redan besöker biblioteket(-en).

Vilka är det som besöker biblioteket? *Svar*: De som upplever biblioteket på ett positivt sätt.

Men nu ville ju kulturnämnden öka antalet (nya) besökare vid kommunens bibliotek! *Alltså* …

Ex 13:12 Några tillvägagångssätt att fundera över:

- Man kan välja ut besökare via systematiskt urval vid teaterns entréer. De utvalda får sedan ett frågeformulär att besvara. Det kan lämnas direkt efter föreställningen eller sändas in i efterhand – post eller digitalt? Om det till exempel ska vara 8:e urval eller 15:e påverkas av publikens storlek och önskad stickprovsstorlek.
- Man kan välja ut platser i salongen med hjälp av OSU. Platserna är ju oftast numrerade och de som fått en utvald plats ingår i undersökningen. Ett frågeformulär kan sedan fästas på platsen eller så kan man be om uppgifter för att kunna ta kontakt i efterhand.
- Vid vissa typer av arrangemang kan ju också mentometerutrustning vara aktuell för att fånga in aktuella bedömningar eller synpunkter.

Ex 13:13 Citaten nedan är hämtade från undersökningsrapporten:

a. Kriterierna för val av idrotter slår i olika riktningar och tanken är uppenbart att åstadkomma en ”representativ blandning”. Inte desto mindre kommer mixen av idrotter att styra resultatet. (Ett av syftena med studien: ”att ge politikerna ett delunderlag för att bedöma om idrottsrörelsen lever upp till sitt mål att vara hälsofrämjande och av det skälet bör stödjas ekonomiskt”.)
b. Vilka tankar och intressen kan ha styrt ordförandenas urval? ”Det finns goda skäl att anta att klubbarna valts eftersom de haft rykte om sig att bedriva en bra ungdomsverksamhet”.
c. Utdelat vid träningstillfället – anonymt? I ett omklädningsrum eller vid träning – risk för påverkan och snack? ”I vilken grad de givna svaren skildrar verkligheten har inte särskilt kontrollerats.”
d. Information saknas om det externa bortfallet, men det bör ju minst innefatta dem som var frånvarande vid det aktuella träningstillfället. Kan dessa förväntas skilja sig från övriga på nå-

got sätt? ”Det går inte att med den använda metodiken beskriva ’stickprovsfel’ eller svarsbortfall.”

e. Om så är fallet kan vi få ytterligare ett okontrollerat (subjektivt?) urval med i bilden. I vilken riktning kan det i så fall ha påverkat?
f. Det går inte att direkt jämföra idrottsundersökningen med CAN:s undersökning. Även om frågorna är jämförbara så är undersökningssituationen så helt annorlunda.
g. Vilka förutsättningar finns för sådana analyser – är villkoren uppfyllda? Slumpmässigt urval osv?
h. Är du förvånad eller ej? Fundera lite extra över olika samband och förklaringar!

Ex 13:14 Tre olika följebrev formulerades: ett var positivt till fönsterlösa lokaler genom att framhålla tänkbara fördelar med frånvaron av fönster, ett annat var negativt genom att betona några nackdelar och ett var neutralt. Brev och formulär fördelades vid terminens slut till olika studerandegrupper.

Resultatet visade klart att signifikanta svarsskillnader mellan studenterna förekom på ett antal frågor. Den ”positiva gruppen” svarade mera positivt än såväl den neutrala som negativa gruppen. Däremot förekom inga skillnader mellan den neutrala och den negativa gruppen, troligen på grund av att grundinställningen var så negativ att ytterligare negativa suggestioner var verkningslösa.

HÄNGDE DU MED?

13:A	Fel	Se avsnitt 13.3 / s. 347. Hänsyn måste också tas till *non-sampling errors*.
13:B	Rätt	Se avsnitt 13.10.1 / s. 361.
13:C	Fel	Se avsnitt 13.4 / s. 348.
13:D	Rätt	Se avsnitt 13.4 / s. 350.
13:E	Fel	Se avsnitt 13.6 / s. 353.
13:F	Fel	Se avsnitt 13.3 / s. 347.
13:G	Fel	Se avsnitt 13.8 / s. 355. Inte heller villkor 1 är uppfyllt.
13:H	Fel	Det är och förblir en totalundersökning med bortfall.
13:I	Rätt	Se avsnitt 13.9.3 / s. 360.
13:J	Rätt	Se avsnitt 13.9.3 / s. 360.