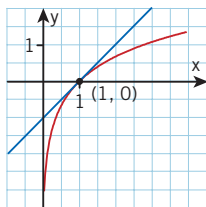


2228 Hassan har rätt.
 Motivering:
 $\ln ax$ har derivatan
 $\frac{1}{ax} \cdot a = \frac{1}{x}$

2229 $y = x - 1$



Lösning:
 $y'(x) = 1/x$
 $y'(1) = 1$
 $y(1) = 0$
 Tangentens ekvation
 $y - 0 = 1(x - 1)$
 $y = x - 1$

2230 $f'(e) = 0$

Ledtråd:
 $f'(x) = \frac{\ln x - 1}{\ln^2 x}$

2231 a) $y' = e^{2x} \left(2 \ln x + \frac{1}{x} \right)$

b) $y' = \frac{e^3}{x}$

c) $y' = -e^{-x} \frac{\ln x + \frac{1}{x}}{\ln^2 x}$

d) $y' = -\frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^3}$

Lösning:
 $y = (e^{2x} + 1)^{-2}$
 $y' = -2 \cdot (e^{2x} + 1)^{-3} \cdot 2e^{2x} =$
 $= -\frac{4e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^3}$

2232 Graf A: $y = \ln 2x$

Graf B: $y = 2 \ln x$

Graf C: $y = \ln x$

2233 a) $y' = -10 \cdot \ln 2 \cdot 2^{3-x}$

b) $y' = \frac{1}{\ln x} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{x \ln x}$

c) $y' = \frac{3 \cdot \ln 5 \cdot 5^{3x}}{5^{3x} + 3}$

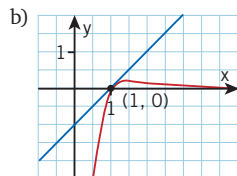
d) $y' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -\tan x$

2234 a) $y = x - 1$

Ledtråd:

$$y'(x) = \frac{1 - 2 \ln x}{x^3}$$

Tangentens lutning = $y'(1) = 1$



2235 $x = e^{-1/3} \approx 0,717$

Ledtråd:

$$3x^2 \ln x + x^2 = 0$$

$$x^2 (3 \ln x + 1) = 0$$

($x > 0$)

2236 $a = 3$ och $b = -1$

Ledtråd:

Sätt in $x = e^2$ i funktionen.
 Bestäm derivatan där $x = e^2$.

2237 Lösning:

$$y = \ln x^a + b$$

$$y' = \frac{a}{x}$$

$$y'(p) = \frac{a}{p}$$

$$y(p) = \ln p^a + b = a \cdot \ln p + b$$

Vi sätter in i $y = \frac{a}{p} \cdot x + m$

$$a \cdot \ln p + b = \frac{a}{p} \cdot p + m$$

$$m = a \ln p + b - a$$

$$m = a (\ln p - 1) + b$$

m är y -värdet vid skärningen i y -axeln. Alltså skär tangenten y -axeln i punkten:

$$(0, a (\ln p - 1) + b)$$

V.S.V.

2238 Nej.

Lösning:

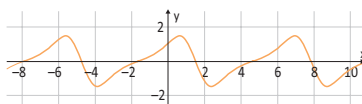
$$y = e^{\sin x}$$

$$y' = e^{\sin x} \cdot \cos x$$

y är parallell med $y = 2x - 3$

där $y' = 2$.

Vi ritar grafen till $y' = e^{\sin x} \cdot \cos x$



y' blir aldrig 2.

Alltså är kurvan aldrig parallell med $y = 2x - 3$.

2239 a) Lösning:

$$y = a^x$$

$$y = e^{\ln a \cdot x}$$

$$y' = \ln a \cdot e^{\ln a \cdot x} = \ln a \cdot a^x$$

b) Lösning:

$$y = a^x$$

$$\ln y = x \cdot \ln a$$

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \ln a$$

$$y' = \ln a \cdot y = \ln a \cdot a^x$$

2240 $y' = \frac{1}{x \ln 10}$

Motivering:

$$y = \lg x$$

$$10^y = x$$

$$\ln 10 \cdot 10^y \cdot y' = 1$$

$$y' = \frac{1}{\ln 10 \cdot 10} = \frac{1}{\ln 10 \cdot x}$$

2241 a) $f'(x) = 4 \ln x \cdot x^{\ln x - 1}$

Ledtråd:

$x^{\ln x}$ kan skrivas $(e^{\ln x})^{\ln x}$

b) $f'(x) = (3x)^x (1 + \ln(3x))$

2243 a) Lösning:

$$y = 5 \cdot e^{2x} \text{ ger } y' = 10 \cdot e^{2x}$$

$$VL = y' - 2y =$$

$$= 10 \cdot e^{2x} - 2 \cdot 5 \cdot e^{2x} = 0 = HL$$

b) Lösning:

$$y = 4 \cos x, y' = -4 \sin x,$$

$$y'' = -4 \cos x$$

$$VL = y'' + y =$$

$$= -4 \cos x + 4 \cos x = 0 = HL$$

2244 T.ex. $y'' + y' + y = 0$

2245 a) Lösning:

$$VL = \frac{dy}{dx} = A \cdot k \cdot e^{kx}$$

$$HL = ky = k \cdot A \cdot e^{kx} = VL$$

b) $y(0) = A \cdot e^{k \cdot 0} = A$

2246 Nej.

Motivering:

$$y = x \cdot e^x, y' = x \cdot e^x + e^x$$

$$VL = y' - y = x \cdot e^x + e^x - x \cdot e^x = e^x$$

$$HL = xy = x \cdot x \cdot e^x = x^2 \cdot e^x$$

$$VL \neq HL$$

2247 $A = 12, k = -0,03$

2248 $k = 3$

Lösning:

$$y = \cos kx \text{ där } k > 0$$

$$y' = -k \sin kx$$

$$y'' = -k^2 \cos kx$$

$$y'' + 9y = 0 \text{ ger}$$

$$-k^2 \cos kx + 9 \cos kx = 0$$

$$\cos kx (9 - k^2) = 0$$

$$9 - k^2 = 0$$

$$k^2 = 9$$

$$k = 3, k > 0$$

2249 $r = 2$ eller $r = -3$

Ledtråd:

$$y = e^{rx} \text{ är en lösning om}$$

$$r^2 + r - 6 = 0$$

2250 a) Lösning:

$$y = A \cos 2x + B \sin 2x$$

$$y' = -2A \sin 2x + 2B \cos 2x$$

$$y'' = -4A \cos 2x - 4B \sin 2x$$

$$VL = y'' + 4y =$$

$$= -4A \cos 2x - 4B \sin 2x +$$

$$+ 4(A \cos 2x + B \sin 2x) =$$

$$= -4A \cos 2x - 4B \sin 2x +$$

$$+ 4A \cos 2x + 4B \sin 2x =$$

$$= 0 = HL$$

V.S.V.

b) $A = 0, B = 20$

c) $A = 1, B = -3$

2251 Ledtråd:

$$y' = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

2252 a) T.ex. $y = e^{0,1x}$ och $y = 10e^{0,1x}$

b) Kommentar:

$$y = C_1 e^{0,1x} + C_2 e^{0,1x}$$

är en lösning för alla värden på C_1 och C_2 .

2255 a) Lösning:

$$y = 150 \cdot e^{-0,20t} \text{ ger}$$

$$y(0) = 150 \cdot e^{-0,20 \cdot 0} = 150$$

b) Lösning:

$$VL = \frac{dy}{dt} = 150 \cdot (-0,20) \cdot e^{-0,20t}$$

$$HL = -0,20y =$$

$$= (-0,20) \cdot 150 \cdot e^{-0,20t} = VL$$

2256 a) $k = 0,15$

b) Ca 33 000 st

Ledtråd:

Beräkna $y(8)$.

2257 a) Lösning:

$$y = 1000t + C \text{ ger}$$

$$y' = \frac{df}{dt} = 1000$$

b) $C = 44000$

2258 a) $y' = -0,20y$

b) $y' = ky, k > 0$

c) $y' = k(20 - y), k > 0$

2259 a) $A = -4$

b) Lövmängden närmar sig 4 g/cm^2 .

2260 a) $\frac{dy}{dt} = 260$ individer/år

b) $\frac{dy}{dt} = -900$ individer/år

c) $0 < y < 5400$

d) $y > 5400$

e) $y = 5400$

2261 a) Antalet bakterier är från början 100 st och de ökar med en hastighet som är 8% av antalet bakterier.

b) $y = 100 e^{0,08t}$

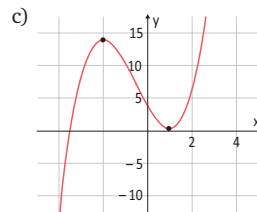
2303 a) $x_1 = 1$ och $x_2 = -2$

b) $y''(1) = 9$

Minimipunkt där $x = 1$

$$y''(-2) = -9$$

Maximipunkt där $x = -2$



2304 a) Funktionen är avtagande i intervallet.

b) Minimipunkt $(1, -27)$

Terrasspunkt $(-2, 0)$

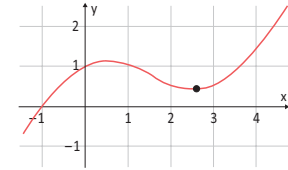
Ledtråd:

Bestäm $V(1)$ och $V(-2)$.

2305 a) $x = \frac{\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

och $x = \frac{5\pi}{6} + n \cdot 2\pi$

b) Minimipunkt $(2,62; 0,44)$



2306 a) $x = 0$ och $x = -2$

Lösning:

$$f(x) = x^2 \cdot e^x$$

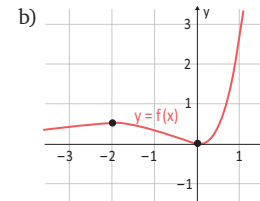
$$f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$$

$$f'(x) = 0 \text{ ger}$$

$$2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = 0$$

$$xe^x(2 + x) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -2$$



Växande: $x \leq -2$ och $x \geq 0$

Avtagande: $-2 \leq x \leq 0$

c) Minimipunkten ger minsta värdet, som är 0.

Ändpunkten $f(1) = e$

ger största värdet, som är e .

2307 a) $a = 5$

Ledtråd:

$$\ln 1 = 0$$

b) Minimipunkt $(0,37; -1,84)$

