4

RÖRELSEMÄNGD. EN MODELL FÖR GASER.

Innehåll

8 Allmänna gaslagen 4:2

9 Trycket i en ideal gas 4:3

10 Gaskinetisk tolkning av temperaturen 4:6

Svar till kontrolluppgift 4:7

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

8 Allmänna gaslagen

Densiteten hos en gas är under normala förhållanden ungefär en tusendel av densiteten hos fasta ämnen eller vätskor. Det tyder på att det finns gott om tomrum i en gas. Molekylerna kan inte vara tätt packade, utan det genomsnittliga avståndet mellan dem måste vara många molekyldiametrar.

I en enkel modell av en gas tänker vi oss att molekylerna på grund av värmerörelsen flyger omkring i en oordnad rörelse som en svärm små kulor – så små att deras sammanlagda volym är försumbar i jämförelse med volymen hos den behållare där gasen är innesluten. Ofta kolliderar de med varandra, och förr eller senare stöter de också emot behållarens väggar. På så sätt sprider de sig och fyller ut hela det utrymme gasen har till sitt förfogande. Eftersom medelavstånden mellan molekylerna är så stora, kan vi anta att inga krafter verkar mellan dem utom under kollisionerna. Mellan krockarna rusar de fram rätlinjigt utan att störas av varandra.

Den ”förenklade” gas som vår modell handlar om brukar kallas *ideal gas*. Genom experiment har man funnit att trycket p i en gasmängd bestäms av tre storheter: antalet gasmolekyler N, gasens volym V och temperatur T.

Följande samband gäller:

$p = k_1 \cdot N$ (N och V konstanta)

$p = k_2 \cdot \frac{1}{V}$ (N och T konstanta)

$p = k_3 \cdot T$ (N och V konstanta)

De tre sambanden kan sammanfattas i en enda formel, som gäller även om alla storheterna varierar:

$$p = \frac{kNT}{V}$$

eller

$$pV = kNT$$

Allmänna gaslagen:
$pV = kNT$

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

Detta är *gasernas allmänna tillståndslag* eller kort *allmänna gaslagen*. Konstanten k, som är oberoende av vilken gas det är fråga om, spelar en viktig roll inom fysiken. Den kallas *Boltzmanns konstant* och kan beräknas om man har värden på alla övriga storheter som ingår i gaslagen.

Kemisterna brukar skriva den allmänna gaslagen något annorlunda:

$$pV = nRT$$

där n är antalet mol hos gasen och R den s k gaskonstanten.

När man tillämpar gaslagen på en och samma gasmängd i två olika tillstånd, är det praktiskt att skriva lagen på följande form:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Den allmänna gaslagen ger en god beskrivning av de flesta gasers uppträdande. Men ingen gas följer lagen exakt, och avvikelserna blir stora, ifall temperaturen är så låg och trycket så högt att gasen närmar sig det tillstånd där den kondenseras. Då är molekylernas medelhastighet så liten och deras avstånd så små, att attraktionskrafterna mellan dem inte längre kan försummas. Vår enkla gasmodell duger inte längre.

KONTROLL 7

Luften i en cykelpump pressas samman från 50 cm^3 till 20 cm^3, varvid temperaturen stiger från 10 °C till 40 °C. Trycket var från början lika med atmosfärstrycket, dvs 100 kPa. Beräkna trycket hos luften direkt efter sammanpressningen.

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

9 Trycket i en ideal gas

En innesluten gas utövar ett tryck mot behållarens väggar, och enligt gasmodellen orsakas trycket av molekylstötarna mot väggarna. Att enstaka stötar inte märks beror på att molekylerna är så oerhört många.

Att följa varje molekyl och beskriva dess bidrag till trycket i en verklig gas är så komplicerat att det inte låter sig göras. Vi står här inför en vanlig situation i fysiken. För att överhuvudtaget kunna göra en beräkning måste vi göra idealiseringar och arbeta med en modell, som ibland endast är en grovt tillyxad bild av verkligheten. Men trots detta kan resonemangen leda till korrekta resultat, dvs resultat som stämmer mycket väl med experimentella undersökningar.

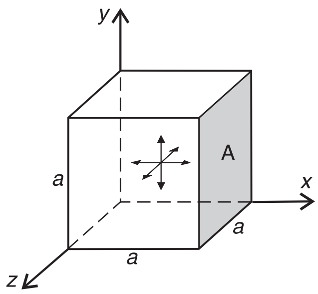

Fig 9. En kub med kantlängden a, som föutsätts innehålla N likadana gasmolekyler.

Anta att vi har en behållare i form av en kub med kantlängden a, fig 9. Behållaren innehåller N st gasmolekyler, alla med massan m. Vi ska undersöka molekylstötarna mot den skuggade väggen A i kuben.

Vi gör två mer eller mindre realistiska antaganden:

1. Vi delar upp molekylernas slumpvisa hastigheter i komposanter, parallella med axlarna x, y och z i figuren. Enligt figuren finns det sex möjliga riktningar för dessa komposanter, och *i genomsnitt* bör de bli lika stora i varje riktning. Endast en riktning pekar mot A. Vi föreställer oss därför att bara 1/6 av molekylerna rör sig mot A, alla med samma fart v.

2. Molekylerna krockar inte med varandra utan bara med behållarens väggar. (I själva verket rör sig en molekyl vid normalt tryck bara ungefär 10^{-3} mm, innan den krockar med en annan.)

Den tid t det tar för en molekyl att tillryggalägga sträckan a från en sidoyta av kuben till den motsatta är:

$$t = \frac{a}{v}$$

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

Alla de molekyler inuti kuben som vid en viss tidpunkt är på väg mot A, kommer efter tiden t att ha slagit emot A. Under tiden t utsätts alltså väggen A för $N/6$ molekylstötar.

Varje molekyl har rörelsemängden mv. Stöten mot väggen är elastisk, och storleken av varje molekyls *rörelsemängdsändring* vid stöten är därför

$$mv - (m \cdot (-v)) = mv + mv = 2mv$$

Den totala rörelsemängdsändring hos molekylerna som väggen åstadkommer under tiden t är:

$$2mv \cdot \frac{N}{6}$$

Men enligt impulslagen är denna ändring i rörelsemängd lika med impulsen Ft, där F är den genomsnittliga kraft som väggen utövar på molekylerna:

$$F \cdot \frac{a}{v} = 2mv \cdot \frac{N}{6}$$

eller

$$F = \frac{mv^2N}{3a}$$

Enligt Newtons tredje lag är väggens kraftverkan på molekylerna lika stor som molekylernas tryckkraft mot väggen. Därför är trycket mot väggen kvoten mellan kraften F och väggens area a^2:

$$p = \frac{F}{a^2} = \frac{mv^2N}{3a^3}$$

Men gasvolymen $V = a^3$. Alltså:

$$p = \frac{mv^2N}{3V}$$

Trycket i en ideal gas:

$$p = \frac{2}{3}E_k\frac{N}{V}$$

E_k är medelvärdet av molekylernas rörelseenergi.

Om vi inför de enskilda molekylernas rörelseenergi $E_k = \frac{mv^2}{2}$ får vi:

$$p = \frac{2}{3}\frac{mv^2}{2}\frac{N}{V} = \frac{2}{3}E_k \cdot \frac{N}{V}$$

Eftersom N/V är antalet molekyler per volymsenhet, innebär sambandet att trycket i en gas är lika med två tredjedelar av molkylernas sammanlagda rörelseenergi per volymsenhet. Trots de förenklade räkningarna gäller detta samband med mycket stor noggrannhet för en *ideal* gas, under förutsättning att v^2 är *medelvärdet* av kvadraterna på molekylhastigheterna och E_k *medelvärdet* av molekylernas rörelseenergier.

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

10 Gaskinetisk tolkning av temperaturen

Vi jämför den allmänna gaslagen med uttrycket för trycket p från föregående avsnitt:

$$pV = kNT$$

$$p = \frac{2}{3} E_k \frac{N}{V}$$

Den absoluta temperaturen är proportionell mot medelvärdet av molekylernas rörelseenergi:

$T = \frac{2}{3k} E_k$

k är Boltzmanns konstant.

Det ger för den absoluta temperaturen T hos gasen:

$$T = \frac{2}{3k} E_k$$

Temperaturen hos en gas är alltså proportionell mot den genomsnittliga rörelseenergin hos var och en av gasens molekyler. Detta överensstämmer med vad vi tidigare antagit.

Observera att det endast är den *oordnade* molekylrörelsen som har med temperaturen att göra. Temperaturen hos en luftmassa ökar inte för att luften börjar röra sig t ex vid blåst.

Lägg också märke till att temperatur har att göra med ett statistiskt medelvärde hos ett stort antal molekyler. Att tala om temperatur hos en enstaka molekyl är meningslöst.

Exempel 8

Uppskatta ur följande data syremolekylens fart vid rumstemperatur: 32 g O_2 upptar vid 20 °C och atmosfärstryck (0,10 MPa) volymen $2{,}4 \cdot 10^{-2}$ m^3. Anta att alla syremolekylerna har samma fart.

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2

Lösning

Vi använder uttrycket för trycket p från föregående avsnitt:

$$p = \frac{mv^2N}{3V}$$

Det ger:

$$v^2 = \frac{3pV}{mN}$$

Massan hos en syremolekyl är:

$$m = \frac{M}{N},$$ där M är hela gasens massa.

Därmed får vi följande enkla uttryck för v^2:

$$v^2 = \frac{3pV}{M}$$

Insättning av givna värden ger:

$$v^2 = \frac{3 \cdot 0{,}10 \cdot 10^6 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-2}}{32 \cdot 10^{-3}} \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v^2 = 0{,}23 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v = 470 \text{ m/s}$$

Svar: Molekylhastigheten är 0,5 km/s.

Svar till kontrolluppgift

K 7 0,28 MPa

Heureka B Natur och Kultur 91-27-56722-2