

Innehåll

1. Trigonometri och formler 6

Aktivitet: Undersök – Trigonometri i rätvinkliga trianglar 7

1.1 Från rätvinkliga till godtyckliga trianglar 8

Trigonometri i rätvinkliga trianglar 8

Två speciella trianglar 12

Godtyckliga trianglar 13

Aktivitet: Undersök – Enhetscirkeln 14

1.2 Triangelsatserna 18

Areasatsen 18

Sinussatsen 21

När ger sinussatsen två fall? 23

Cosinussatsen 28

Blandade uppgifter 33

Aktivitet: Laborera – Avståndsmätning 37

Historik: Trigonometri och geodesi 38

1.3 Trigonometriska formler 39

De trigonometriska funktionerna för godtyckliga vinklar 39

Aktivitet: Undersök – Trigonometri och symmetri 40

Enhetscirkeln och formler 41

Trigonometriska identiteter 43

Additions- och subtraktionsformler för sinus och cosinus 47

Formler för dubbla vinkeln 50

*Cirkelns ekvation 52

1.4 Trigonometriska ekvationer 53

Grundekvationer 53

Ekvationer som omformas med formler 58

Problem för alla 1 60

Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 61

Hemuppgifter 1 62

Sammanfattning 1 66

Blandade övningar 1A 68

Blandade övningar 1B 70

2. Derivator och trigonometri 72

Aktivitet: Undersök – Från enhetscirkel till kurva 73

2.1 Trigonometriska kurvor 74

Sinus- och cosinuskurvor 74

Grafitande räknare och trigonometriska funktioner 78

Aktivitet: Undersök – Trigonometriska kurvor 79

Förskjuta kurvor vertikalt och horisontellt 80

Ekvationen för en sinusformad kurva 82

Kurvan $y = \tan x$ 84

Kurvan $y = a \sin x + b \cos x$ 86

2.2 Radianbegreppet 88

Ett nytt vinkelmått 88

Cirkelsektorns båge och area 92

Aktivitet: Undersök – Derivatan av sinus på olika sätt 94

2.3 De trigonometriska funktionernas derivator 95

Derivatan av $\sin x$ och $\cos x$ 95

Aktivitet: Undersök – Kedjeregeln 97

Derivatan av sammansatta funktioner 98

Tillämpningar och blandade problem 100

*Kurvanpassning med räknare 105

Historik: Radiovågor 106

Problem för alla 2 107

Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 108

Hemuppgifter 2 109

Sammanfattning 2 112

Blandade övningar 2A 114

Blandade övningar 2B 117

3. Derivator och integraler 120

Aktivitet: Undersök – Lägga derivator 121

3.1 Derivator och deriveringsregler 122

Kort om derivator 122
Aktivitet: Upptäck – Produkters derivator 125
Derivatan av en produkt 126
Historik: Leibniz och produktregeln 129
Derivatan av en kvot 130
Följder av kedjeregeln 132
Samband mellan förändringshastigheter 135

3.2 Derivator och grafer 137

Förstaderivatan och grafen 137
Andraderivatan och grafen 138
Numerisk ekvationslösning 145

3.3 Från derivatan till funktion 149

Differentialekvationer 149
Aktivitet: Undersök – Antiderivata 152
Primitiva funktioner 153
Primitiva funktioner med villkor 156

3.4 Integraler 158

Inledning 158
Numerisk integration 160
Numerisk integration med över- och undersummor 164
Historik: Riemanns summor 164
Aktivitet: Undersök – Finn arean 167
Integralberäkning med primitiv funktion 168
Arean mellan två kurvor 172
Integraler och areor 176
Tillämpningar och blandade problem 180
Aktivitet: Undersök – Arkimedes och cirkelns area 185
*Integraler och oändligheten 186
Problem för alla 3 188
Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 189
Hemuppgifter 3 190
Sammanfattning 3 191
Blandade övningar 3A 194
Blandade övningar 3B 198

4. Redovisningsuppgifter 202

Repetition 218

Svar 224

Register 252

Formler och samband 254

Bildförteckning 256