

Innehåll

1. Algebra och funktioner 6

Aktivitet: Undersök – Algebra-trianglar 7

1.1 Polynom 8

Polynom och räkneregler 8
Ekvationer och lösningsmetoder 12
Mer om ekvationer 15
Polynom i faktorform 18
* Faktorsatsen 20

1.2 Rationella uttryck 22

Vad menas med ett rationellt uttryck? 22
Förlängning och förkortning 25
Addition och subtraktion 30
Multiplikation och division 34

1.3 Linjära och icke-linjära funktioner 36

Funktionsbegreppet 36
Linjära funktioner 39
Andragsgradsfunktioner 42
Grafiska lösningsmetoder 45
Historik: Hur funktionsbegreppet utvecklats 47
Aktivitet: Undersök – Funktioner och symmetrier 48

1.4 Potenser och logaritmer 49

Exponentialfunktioner och potenser 49
Potenslagarna 51
Bråk som exponenter 53
Tillämpningar på potenser 56

1.5 Logaritmer 58

Exponentialekvationer och logaritmer 58
Logaritmlagarna 61
Logaritmer med olika baser 63
Historik: Logaritmerna – ett tidigt räknehjälpmiddel 64
Tillämpningar på exponentialekvationer 65
Från graf till algebraiskt uttryck 71
Aktivitet: Laborera – Termosen 72
Aktivitet: Laborera – Pendeln 73
Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 74
Hemuppgifter 1 75
Sammanfattning 1 78
Blandade övningar 1A 80
Blandade övningar 1B 83
Problem för alla 1 85

2. Förändringshastigheter och derivator 87

Aktivitet: Undersök – Hastighet och lutning 87

2.1 Förändringshastigheter 88

Genomsnittlig förändringshastighet 88
Kurvors lutning 92

2.2 Derivata 97

Begreppet derivata 97
Derivatans definition 100
Grafritande räknare och derivators värde 103

2.3 Deriveringsregler 104

Derivatans av polynom 104
Derivatans av potensfunktioner 108
Historik: Tangenter och derivata 111
Aktivitet: Upptäck – Det märkliga talet e 112
Derivatans av exponentialfunktioner 113
Naturliga logaritmen och derivatan av a^x 117
Blandade tillämpningar och problem 119

2.4 Grafisk och numerisk derivering 122

Olika differenskvoter 122
* Mer om gränsvärden 125
Aktivitet: Laborera – kvadratiska pappskivor 127
Aktivitet: Undersök – En kurvas lutning i en punkt 128
Problem för alla 2 129
Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 130
Hemuppgifter 2 131
Sammanfattning 2 134
Blandade övningar 2A 136
Blandade övningar 2B 139

3. Kurvor och derivator 143

Aktivitet: Undersök – Max och min 143

3.1 Vad säger förstaderivatan om grafen? 144

Är grafen fullständig? 144

Växande eller avtagande 145

Hur används förstaderivatan vid kurvkonstruktion? 146

Historik: Matematik till och från Sverige 151

Skissa grafer 152

Största och minsta värde 155

3.2 Derivator och tillämpningar 158

Polynomfunktioner 158

Några enkla potensfunktioner 165

Exponentialfunktioner 168

Grafritande räknare 171

Aktivitet: Laborera – Vem tillverkar den största lådan? 173

Aktivitet: Funktioner och derivator 174

* Kan alla funktioner deriveras? 176

Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 178

Problem för alla 3 179

Hemuppgifter 3 180

Sammanfattning 3 182

Blandade övningar 3A 184

Blandade övningar 3B 187

4. Talföljder och summor 191

Aktivitet: Undersök – Hittar du mönstret? 191

4.1 Talföljder 192

Vad menas med en talföljd? 192

Historik: Fibonaccis talföljd 196

4.2 Summor 197

Aritmetisk summa 197

Geometrisk summa 199

4.3 Tillämpningar 201

Ekonomi 201

Naturvetenskap 204

Aktivitet: Laborera – Hur högt studsar bollen? 206

Aktivitet: Undersök – Hur högt blir trädet? 207

4.4 Kalkylmodeller 208

Kalkylprogram 208

Upprepade beräkningar med grafritande räknare 212

Aktivitet: Diskutera – Sant eller falskt? 214

Problem för alla 4 215

Hemuppgifter 4 216

Sammanfattning 4 217

Blandade övningar 4A 218

Blandade övningar 4B 221

Repetition 224

Svar 230

Register 262

Bildförteckning 263